



SISTEM BILANGAN REAL DI SMK AGRITEKNOLOGI PENGOLAHAN HASIL PERTANIAN

(Pembelajaran Matematika Berbasis STEAM-H)

Dr. Ai Tusi Fatimah, S.Pd.,M.Si. | Dr. drh. Agus Yuniawan Isyanto, M.P.
Dr. Toto, Drs., M.Pd. | Tia Nurtiasih, S.Pd.
Iis Nita Fauziyyah, S.Pd.

SISTEM BILANGAN REAL
DI SMK AGRITEKNOLOGI PENGOLAHAN HASIL PERTANIAN
(PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS STEAM-H)

SISTEM BILANGAN REAL
DI SMK AGRITEKNOLOGI PENGOLAHAN HASIL PERTANIAN
(PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS STEAM-H)

Dr. Ai Tusi Fatimah, S.Pd.,M.Si.
Dr. drh. Agus Yuniawan Isyanto, M.P.
Dr. Toto, Drs., M.Pd.
Tia Nurtiasih, S.Pd.
Iis Nita Fauziyyah, S.Pd.



SISTEM BILANGAN REAL

DI SMK AGRITEKNOLOGI PENGOLAHAN HASIL PERTANIAN

(PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS STEAM-H)

© Penerbit Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia (PRCI)

Penulis:

Dr. Ai Tusi Fatimah, S.Pd.,M.Si.
Dr. drh. Agus Yuniawan Isyanto, M.P.
Dr. Toto, Drs., M.Pd.
Tia Nurtiasih, S.Pd.
Iis Nita Fauziyyah, S.Pd.

Editor: Dr. drh. Agus Yuniawan Isyanto, M.P.

Cetakan Pertama: November 2022

Cover: Tim Kreatif PRCI

Tata Letak: Tim Kreatif PRCI

Hak Cipta 2022, pada Penulis. Diterbitkan pertama kali oleh:

Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
ANGGOTA IKAPI JAWA BARAT
Pondok Karisma Residence Jalan Raflesia VI D.151
Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya – 085223186009

Website: www.rcipress.rcipublisher.org
E-mail: rumahcemerlangindonesia@gmail.com

Copyright © 2022 by Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
All Right Reserved

- Cet. I - : Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia, 2022
Dimensi : 18,2 x 25,7 cm
ISBN: 978-623-448-289-8

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak buku ini dalam bentuk dan dengan
cara apapun tanpa izin tertulis dari penulis dan penerbit

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang
Hak Cipta Pasal 72

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta
Pasal 72

Barang siapa dengan sengaja melanggar dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam pasal ayat (1) atau pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling sedikit 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp.1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).

Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran hak cipta terkait sebagai dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah rabbil'alamin. Berkah limpahan karunia ilmu dari Allah SWT, kami dapat menyusun bahan ajar sebagai referensi pembelajaran matematika di SMK yang berjudul "Sistem Bilangan Real di SMK Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian (Pembelajaran Matematika Berbasis STEAM-H)". Bahan ajar ini fokus pada ruang lingkup materi sistem bilangan real yang merupakan bagian dari standar isi mata pelajaran matematika di sekolah tingkat menengah. STEAM-H (*Science, Technology, Engineering, Agriculture, Mathematics & Health*) menjadi pendekatan pembelajaran matematika yang digunakan untuk mengantarkan peserta didik mengoneksikan konsep matematika dalam konteks kejuruan pengolahan hasil pertanian.

Bahan ajar ini terdiri dari pendahuluan, rencana pembelajaran, materi pembelajaran, lembar kerja, dan soal tes. Pendahuluan mendeskripsikan posisi matematika dalam Kurikulum Merdeka, peran bilangan dalam konteks pengolahan hasil pertanian dan STEAM-H, ruang lingkup materi sistem bilangan real yang selaras dengan program keahlian Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian, serta teknik merancang capaian pembelajaran, bahan ajar, lembar kerja peserta didik, dan penilaian. Rencana pembelajaran merupakan skenario pembelajaran yang mendeskripsikan seluruh rangkaian kegiatan pembelajaran mulai dari tes awal hingga evaluasi pembelajaran. Materi pembelajaran mendeskripsikan konsep-konsep tentang sistem bilangan real yang melibatkan definisi dan sifat-sifatnya serta aplikasinya dalam pengolahan hasil pertanian. Lembar kerja peserta didik mengantarkan peserta didik untuk mengontruksi pengetahuan sistem bilangan real dari konteks pengolahan hasil pertanian serta mengembangkan kemampuan matematis seperti koneksi, penalaran, komunikasi, dan *number sense*. Soal tes terdiri dari tes awal dan tes akhir.

Pendekatan pembelajaran matematika berbasis STEAM-H hadir sebagai implementasi dari pembelajaran multidisiplin yang mengoneksikan sains, teknologi, rekayasa, pertanian, matematika, dan kesehatan sebagai konteks pembelajaran. Implementasi tersebut penting dilakukan untuk mengembangkan berbagai kemampuan matematis peserta didik terutama kemampuan pemecahan masalah, koneksi, representasi, penalaran, dan komunikasi. Kemampuan-kemampuan tersebut mendukung kecakapan Abad-21 yang menuntut peserta didik memecahkan masalah dunia nyata yang semakin kompleks.

Semoga bahan ajar ini dapat bermanfaat dalam pembelajaran matematika di SMK Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian. Harapannya, dapat memberi stimulus untuk pengembangan bahan ajar lainnya yang sesuai dengan keahlian

peserta didik.

Kami ucapkan terima kasih kepada Direktorat Riset dan Pengabdian kepada Masyarakat Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi yang telah memberikan pendanaan melalui Penelitian Dasar Unggulan Perguruan Tinggi (PDUPT) Tahun 2022. Terima kasih juga kami sampaikan kepada seluruh pimpinan Universitas Galuh yang telah memberi kesempatan untuk melaksanakan penelitian ini dalam rangka mendukung Rencana Induk Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat serta Rencana Strategis Universitas Galuh.

Ciamis, 15 November 2022

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI	iii
DAFTAR TABEL.....	v
DAFTAR GAMBAR.....	vi
BAB 1 PENDAHULUAN	1
A. Matematika pada Kurikulum Merdeka di SMK/MAK.....	1
B. Peran Bilangan dalam Ruang Lingkup STEAM-H.....	2
C. Ruang lingkup Materi Sistem Bilangan Real di SMK Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian	4
D. Merancang Capaian Pembelajaran Sistem Bilangan Real di SMK/MAK Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian.....	6
E. Merancang Rencana Pelaksanaan Pembelajaran.....	7
F. Merancang Bahan Ajar	8
G. Merancang Lembar Kerja Peserta Didik.....	8
H. Merancang Penilaian.....	9
BAB 2 RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS STEAM-H.....	10
BAB 3 SISTEM BILANGAN REAL.....	15
A. Skema Sistem Bilangan Real	15
B. Sifat Aljabar Bilangan Real	16
C. Substitusi Bilangan	17
D. Aproksimasi Bilangan.....	18
E. Representasi Bilangan.....	18
1. Bilangan Bentuk Pangkat	19
2. Bilangan Bentuk Akar	22
3. Bilangan Bentuk Logaritma.....	28
F. Rangkuman.....	29
G. Soal-soal untuk Latihan	31
BAB 4 LEMBAR KERJA SISTEM BILANGAN REAL.....	32
A. Skema Sistem Bilangan Real	32

B. Sifat Aljabar Bilangan Real.....	35
C. Substitusi dan Aproksimasi Bilangan.....	38
D. Bilangan Bentuk Pangkat	40
E. Bilangan Bentuk Akar	44
F. Bilangan Bentuk Logaritma.....	48
BAB 5 LAPORAN PROJEK PENGUATAN PROFIL PEMUDA PANCASILA.....	51
BAB 6 PENILAIAN PEMBELAJARAN.....	52
A. Tes Awal dan Akhir	52
B. Penilaian Kemampuan Matematis.....	53
C. Penilaian Projek Penguatan Profil Pemuda Pancasila.....	54
REFERENSI.....	55

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Sifat-sifat Operasi Bilangan Real.....	16
Tabel 3.2. Besaran dan Satuan dalam Pengolahan Hasil Pertanian.....	21
Tabel 3.3 Prosedur untuk Memperoleh Tinggi Segitiga.....	23
Tabel 3.4 Rangkuman Definisi dan Sifat-sifat Bilangan Real, Pangkat, Akar, dan Logaritma.....	29
Tabel 4.1 Jenis Olahan dan Berat Kelapa Parut.....	34
Tabel 4.2 Olahan dengan bahan dasar pisang.....	35

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1 Skema Sistem Bilangan Real	16
Gambar 3.2 Mesin Pencampur Kopi	22
Gambar 3.3 Heksagonal.....	23
Gambar 4.1 Skema Bilangan	33
Gambar 4.2 Bolu pisang.....	44

BAB 1

PENDAHULUAN

A. Matematika pada Kurikulum Merdeka di SMK/MAK

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang masuk pada kelompok Mata Pelajaran Kejuruan. Salah satu standar kompetensi lulusan peserta didik SMK/MAK yang selaras dengan mata pelajaran matematika tercantum dalam Peraturan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Republik Indonesia Nomor 5 Tahun 2022 Tentang Standar Kompetensi Lulusan pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar, dan Jenjang Pendidikan Menengah. Standar kompetensi lulusan tersebut berbunyi “Menggunakan konsep, prosedur, fakta dan alat matematika untuk menyelesaikan masalah praktis yang relevan dengan bidang kejuruannya”.

Standar Kompetensi Lulusan kemudian diejawantahkan ke dalam ruang lingkup materi yang merupakan kriteria minimal tentang kesatuan sikap, keterampilan, dan pengetahuan yang menunjukkan capaian kemampuan peserta didik dari hasil pembelajaran matematika pada akhir pendidikan di SMK/MAK. Ruang lingkup materi tersebut tercantum dalam Peraturan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Republik Indonesia Nomor 7 Tahun 2022 Tentang Standar Isi pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar, dan Jenjang Pendidikan Menengah.

Standar isi dikembangkan dengan merumuskan ruang lingkup materi yang sesuai dengan kompetensi keahlian pada satuan pendidikan SMK/MAK yang diselaraskan dengan masing-masing bidang/program keahlian. Bahan ajar ini secara khusus membahas tentang ruang lingkup sistem bilangan real bagi SMK/MAK Agroteknologi Pengolahan Hasil Pertanian. Pengembangan ruang lingkup ini mengacu pada standar kelulusan (Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi 2022a) dan standar isi matematika pada sekolah menengah (Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi 2022b). Ruang lingkup materi matematika tentang sistem bilangan real di sekolah menengah atas sederajat berbunyi “Pemahaman sistem bilangan real dan berbagai jenis bilangan termasuk bilangan pangkat serta kegunaannya dalam berbagai konteks yang sesuai”.

Materi sistem bilangan real merupakan materi dasar bagi materi-materi matematika selanjutnya. Materi ini dapat diberikan kepada peserta didik kelas X. Secara teknis, pembelajaran matematika pada kurikulum merdeka memiliki dua alokasi waktu yaitu intrakurikuler dan proyek penguatan profil pelajar pancasila. Secara keseluruhan, alokasi intrakurikuler per tahun untuk kelas X sebanyak 108 jam pelajaran, sedangkan proyek penguatan profil pelajar pancasila sebanyak 36 jam pelajaran. Sistem bilangan real dapat diberikan kepada peserta didik dalam

waktu 20 jam pelajaran pada pembelajaran intrakurikuler dan 4 jam pelajaran pada pembelajaran proyek penguatan profil pelajar pancasila.

B. Peran Bilangan dalam Ruang Lingkup STEAM-H

Pembelajaran matematika di SMK/MAK diselaraskan pada konteks kebutuhan dunia kerja, ilmu pengetahuan, teknologi, seni dan budaya (Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi 2022a, 2022b). Konteks-konteks pengolahan hasil pertanian yang terkoneksi dengan matematika telah digali dalam beberapa penelitian (Fatimah and Solihah 2020, 2021). Tabel 1.1 berikut ini merangkum peran matematika pada pengolahan hasil pertanian.

Table 1.1 Matematika pada Agroteknologi Pengolahan Hasil Pertanian

Mata Pelajaran	Konteks	Peran Matematika
Produksi Pengolahan Hasil Nabati	Alat dan bahan	Menghitung banyaknya kebutuhan alat dan bahan pengolahan hasil sayuran, umbi-umbian, sereal, dan kacang-kacangan
		Persentase bahan tambahan
	Analisis usaha	Menghitung kelayakan usaha, untung, rugi. R/C ratio
	Menerapkan proses pengecilan ukuran	Pengukuran ketebalan bahan umbi-umbian
Produksi Pengolahan Hasil Hewani	Mutu bahan baku pengolahan hewani	Menghitung kadar air
	Alat dan bahan	Menghitung kebutuhan alat dan bahan produksi pengolahan ternak besar, unggas, susu, telur
	Analisa usaha	Menghitung kelayakan usaha, untung, rugi. R/C ratio
	Pengemasan	Mengukur kemasan
Produksi Pengolahan Komoditas Perkebunan dan Herbal	Alat dan bahan	Menghitung kebutuhan alat dan bahan pengolahan hasil perkebunan tanaman rempa, bahan penyegar, kopi, coklat, teh, tembakau, perkebunan karet, kelapa, kelapa sawit, makanan herbal, minuman herbal
		Menghitung jumlah bahan yang masuk dan bahan yang keluar
	Analisa usaha	Menghitung kelayakan usaha, untung, rugi. R/C ratio
	Proses pengeringan	Menghitung kebutuhan panas dalam pengeringan

Mata Pelajaran	Konteks	Peran Matematika
Keamanan Pangan, Penyimpanan dan Penggudangan	Pengujian Organoleptic	Menganalisis data hasil pengamatan
		Menghitung jumlah sampel
	perencanaan pengambilan contoh	Menghitung prosentase banyaknya sampel
		Menghitung data
	penyimpanan penggudangan pertanian	Menghitung jumlah bahan yang tersimpan/ jumlah bahan masuk dan keluar
	Menganalisis jenis hama dan penyakit dalam penyimpanan	Menghitung jumlah dosis insektisida
	Penyimpanan bahan	Menghitung volume penyimpanan dalam gudang
		Memproyeksikan volume penyimpanan dalam gudang
Produk Kreatif dan Kewirausahaan	desain/ <i>prototype</i> dan kemasan produk barang/jasa	Menghitung biaya pembuatan <i>prototype</i>
		Menghitung kebutuhan bahan
		Menghitung biaya produksi
	produksi massal	Biaya produksi masal
		Menghitung jumlah kebutuhan bahan
	laporan keuangan	Menghitung analisa usaha
		Menghitung untung rugi
Analisis untung rugi, membuat cash flow		

Bahan-bahan yang digunakan dalam pengolahan hasil pertanian berhubungan dengan zat yang dipelajari oleh peserta didik dalam pelajaran Ilmu Pengetahuan alam seperti komposisi dan sifat zat, teknik fermentasi, teknik pengawetan, penggaraman, penggulaan, energi panas, proses termal (seperti pasteurisasi, sterilisasi), pemisahan campuran, dan perubahan struktur jaringan pada pengecilan ukuran. Alat dan proses pengolahan hasil pertanian melibatkan teknologi seperti dalam proses pengemasan dan pengawetan. Teknologi juga berhubungan dengan alat hitung dan pengukuran yang digunakan selama proses pengolahan. Kalibrasi alat merupakan bagian dari kemampuan yang penting dimiliki oleh peserta didik. Rekayasa banyak ditemukan dalam proses pengolahan hasil pertanian seperti pada teknik fermentasi, pengawetan, dan zat penambah makanan. Pengolahan hasil pertanian juga perlu memperhatikan keamanan pangan. Pangan harus tetap dalam keadaan aman dan higienis (tidak terpapar cemaran biologis, kimia, dan benda lain yang dapat mengganggu, merugikan, dan membahayakan kesehatan manusia), serta bermutu, bergizi, dan tidak bertentangan dengan agama, keyakinan, dan budaya masyarakat (Republik

Indonesia 2012). Uraian tersebut menunjukkan terjalannya sains, teknologi, rekayasa, pertanian, matematika, dan kesehatan yang dapat digunakan untuk membangun konsep-konsep dalam pembelajaran di SMK Program Keahlian Pengolahan Hasil Pertanian.

C. Ruang lingkup Materi Sistem Bilangan Real di SMK Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian

Menghitung merupakan istilah yang populer yang menunjukkan peran matematika dalam beragam mata pelajaran di SMK Program Keahlian Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian. Menghitung erat kaitannya dengan bilangan. Konten bilangan merupakan konten dasar yang mendukung konten-konten matematika lainnya seperti aljabar, pengukuran, geometri, analisis data, dan peluang. Konten bilangan yang dipelajari di SMK/MAK tidak disebutkan secara eksplisit. Kita dapat menemukan ruang lingkup materi bilangan dalam Peraturan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Republik Indonesia Nomor 7 Tahun 2022 Tentang Standar Isi pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar, Dan Jenjang Pendidikan Menengah. Ruang lingkup materi bilangan tersebut berbunyi:

“Pemahaman sistem bilangan real dan berbagai jenis bilangan termasuk bilangan pangkat serta kegunaannya dalam berbagai konteks yang sesuai”.

Konteks yang sesuai bagi peserta didik SMK Program Keahlian Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian dapat dilihat kembali pada Tabel 1.1. Adapun rincian pemahaman sistem bilangan real tidak secara eksplisit juga disebutkan dalam peraturan tersebut. Jika kita menelusuri konten bilangan dari NCTM (National Council of Teachers of Mathematics 2000) terdapat rincian standar konten bilangan yang perlu dimiliki oleh peserta didik di sekolah menengah seperti pada Tabel 1.2 berikut ini.

Table 1.2 Konten Bilangan dan Operasinya dari NCTM

Standar Grade 9-12	Deskripsi
Memahami bilangan, cara merepresentasikan bilangan, hubungan antar bilangan, dan sistem bilangan	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mengembangkan pemahaman yang lebih dalam tentang bilangan yang sangat besar dan sangat kecil serta berbagai representasinya; ▪ Membandingkan dan membedakan sifat-sifat bilangan dan sistem bilangan, termasuk bilangan rasional dan real, dan memahami bilangan kompleks sebagai Penyelesaian persamaan kuadrat yang tidak memiliki Penyelesaian nyata; ▪ Memahami vektor dan matriks sebagai sistem yang memiliki beberapa sifat dari sistem bilangan real; ▪ Menggunakan argumen teori bilangan untuk membenarkan hubungan yang melibatkan bilangan bulat.
Memahami arti operasi dan	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Menilai efek dari operasi seperti perkalian, pembagian, dan kekuatan komputasi dan akar pada

Standar Grade 9-12	Deskripsi
bagaimana mereka berhubungan satu sama lain	<p>besaran kuantitas;</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Mengembangkan pemahaman tentang sifat-sifat, dan representasi untuk, penjumlahan dan perkalian vektor dan matriks; ▪ Mengembangkan pemahaman tentang permutasi dan kombinasi sebagai teknik menghitung.
Menghitung dengan lancar dan buat perkiraan yang masuk akal	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mengembangkan kelancaran dalam operasi dengan bilangan real, vektor, dan matriks, menggunakan perhitungan mental atau perhitungan kertas dan pensil untuk kasus sederhana dan teknologi untuk kasus yang lebih rumit. ▪ Menilai kewajaran perhitungan numerik dan hasilnya.

Ruang lingkup bilangan bagi peserta didik SMK/MAK Agribisnis dan Agriteknologi dirangkum oleh (Fatimah, Isyanto, and Toto 2022a) dalam dua *point* utama yaitu:

- 1) Mengembangkan pemahaman dan keterampilan tentang bilangan dan operasinya pada sistem bilangan real dalam berbagai representasi seperti bilangan sangat besar, sangat kecil, vektor, matriks, permutasi, dan kombinasi;
- 2) Menilai efek dari operasi hitung bilangan dan kewajaran hasilnya dalam berbagai cara komputasi baik dengan perhitungan mental, perhitungan kertas dan pensil dan menggunakan teknologi.

Vektor, matriks, permutasi, dan kombinasi merupakan materi dalam ruang lingkup standar isi yang terpisah. Oleh karena itu, bahan ajar ini secara spesifik memiliki ruang lingkup materi sebagai berikut:

- 1) Skema sistem bilangan real;
- 2) Sifat-sifat operasi bilangan real;
- 3) Substitusi bilangan;
- 4) Aproksimasi bilangan;
- 5) Representasi bilangan bentuk pangkat;
- 6) Representasi bilangan bentuk akar;
- 7) Representasi bilangan bentuk logaritma.

D. Merancang Capaian Pembelajaran Sistem Bilangan Real di SMK/MAK Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian

Capaian pembelajaran sistem bilangan real adalah kompetensi pembelajaran yang harus dicapai peserta didik pada setiap tahap perkembangan dalam materi sistem bilangan real yang disusun secara komprehensif dalam bentuk narasi. Capaian pembelajaran terbagi ke dalam capaian pembelajaran intrakurikuler dan proyek penguatan profil pelajar Pancasila.

Penyusunan capaian pembelajaran intrakurikuler terfokus pada ruang lingkup materi matematika pada standar isi dengan mempertimbangkan fakta, prosedur, alat matematika, dan kemampuan dasar matematis. Fakta dapat berupa kegiatan yang berlangsung di dunia kerja. Prosedur dapat berupa langkah-langkah pemecahan yang melibatkan konteks matematika maupun kejuruan. Alat matematika dapat berupa alat ukur, komputasi, atau teknologi yang membantu proses pemecahan masalah. Konsep terdiri dari konsep matematika dan kejuruan berupa definisi atau aturan yang berasal dari konteks matematika atau kejuruan. Konsep matematika yang harus dikuasai oleh peserta didik SMK/MAK terdapat pada standar isi mata pelajaran matematika (Fatimah 2022). Capaian pembelajaran matematika pada proyek penguatan profil pelajar Pancasila sesuai dengan standar kelulusan yaitu penguatan karakter yang sesuai dengan nilai-nilai Pancasila dengan tema kebhberjaan.

Berdasarkan uraian analisis tentang matematika pada Kurikulum Merdeka, peran bilangan pada pengolahan hasil pertanian, serta ruang lingkup materi sistem bilangan real di SMK/MAK Program Keahlian Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian dapat disusun capaian pembelajaran matematika pada materi sistem bilangan real seperti pada Tabel 1.3 berikut ini.

Table 3. Capaian Pembelajaran Materi Sistem Bilangan Real

Capaian Pembelajaran Matematika	Capaian Pembelajaran Sistem Bilangan Real	Komponen	
peserta didik dapat menggunakan konsep, prosedur, fakta dan alat matematika pada ruang lingkup materi matematika SMK/MAK untuk menyelesaikan masalah	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Peserta didik dapat memberi ilustrasi skema bilangan real dan kegunaan pada setiap jenis bilangan dalam kegiatan pengolahan hasil pertanian. ▪ Peserta didik dapat melakukan prosedur operasi bilangan dengan 	Konsep Matematika	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Skema sistem bilangan real ▪ Sifat-sifat operasi bilangan real ▪ Substitusi bilangan ▪ Aproksimasi bilangan ▪ Representasi bilangan (bentuk pangkat, akar, dan logaritma)
		Konteks Dunia Kerja	Pengolahan hasil pertanian
		Prosedur Matematis	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Prosedur-prosedur dalam operasi

Capaian Pembelajaran Matematika	Capaian Pembelajaran Sistem Bilangan Real	Komponen	
praktis yang relevan dengan bidang kejuruan serta memiliki karakter sesuai dengan nilai-nilai Pancasila	sifat-sifat operasi yang benar baik secara manual maupun dengan alat bantu (teknologi) untuk menunjang proses pengolahan hasil pertanian.		bilangan real <ul style="list-style-type: none"> ▪ Prosedur substitusi bilangan ▪ Prosedur aproksimasi bilangan ▪ Prosedur konversi satuan
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Peserta didik dapat menggunakan alat hitung serta dapat membaca hasilnya yang menunjang pengolahan hasil pertanian baik yang bersifat akurat maupun estimasi. 	Prosedur Kerja	Menghitung kebutuhan bahan, alat, proses (waktu), dan hasil produksi (laba, rugi, kelayakan usaha, dll.)
		Alat Matematika	Alat hitung (kalkulator)
		Kemampuan Matematika Dasar	Koneksi Penalaran Number sense

E. Merancang Rencana Pelaksanaan Pembelajaran

Rencana pembelajaran merupakan bagian dari standar proses pendidikan (Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi 2022c). Rencana pembelajaran berisi tiga komponen utama, yaitu:

- 1) Capaian pembelajaran yang menjadi tujuan belajar dari suatu unit pembelajaran;
- 2) Cara untuk mencapai tujuan belajar;
- 3) Cara menilai ketercapaian tujuan belajar.

Rencana pembelajaran disusun dalam bentuk dokumen yang bersifat fleksibel (dokumen yang tidak terikat pada bentuk tertentu dan dapat disesuaikan dengan konteks pembelajaran), jelas (dokumen yang mudah dipahami), dan sederhana (dokumen yang berisi hal pokok dan penting sebagai acuan pelaksanaan pembelajaran).

Karakteristik rencana pembelajaran matematika berbasis STEAM-H untuk SMK agribisnis & agroteknologi (Fatimah, Isyanto, and Toto 2022b), yaitu:

- 1) Terdapat tema integrator berasal dari area pertanian.
- 2) Memungkinkan memiliki tujuan dan capaian pembelajaran lintas mata pelajaran jika konsep mata pelajaran dalam lingkup STEAM-H tersebut eksplisit terdapat dalam standar isi SMK.
- 3) Guru perlu menganalisis koneksi konsep dalam STEAM-H.
- 4) Model pembelajaran yang dipilih berbasis masalah atau proyek.
- 5) Lingkungan belajar selaras dengan dunia usaha dunia industri.
- 6) Penilaian awal untuk mengetahui pengetahuan konsep matematis, penilaian proses pembelajaran, penilaian hasil proyek atau hasil pemecahan masalah, penilaian akhir untuk mengetahui capaian pembelajaran, serta evaluasi keseluruhan proses pembelajaran.

F. Merancang Bahan Ajar

Bahan ajar sebagai sumber belajar berbentuk tertulis maupun tidak tertulis disusun dengan mempertimbangkan karakteristik peserta didik dan satuan pendidikan (Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi 2021). Bahan ajar memediasi capaian pembelajaran peserta didik yang disesuaikan dengan karakteristik satuan pendidikan dan peserta didik SMK/MAK yang selaras dengan kebutuhan dunia kerja.

Karakteristik bahan ajar matematika berbasis STEAM-H untuk SMK agribisnis dan agriteknologi (Fatimah et al. 2022b):

- 1) Setiap bab dapat memuat tema STEAM-H yang relevan dengan konsep matematika.
- 2) Konstruksi materi matematika dihantarkan dalam konteks STEAM-H yang relevan dengan dunia usaha dan dunia industri agribisnis dan agriteknologi.
- 3) Soal-soal contoh dan latihan bersifat kontekstual dalam ruang lingkup STEAM-H yang relevan dengan dunia usaha dan dunia industri agribisnis/agriteknologi.

G. Merancang Lembar Kerja Peserta Didik

Lembar kerja peserta didik dirancang untuk mendukung konstruksi pengetahuan matematika secara mandiri. Lembar kerja merupakan stimulan bagi peserta didik untuk mengonstruksi pengetahuan baru secara sistematis dan bermakna dari pengetahuan awal dan pengetahuan yang diperoleh dari bahan ajar maupun informasi lainnya. Lembar kerja peserta didik ini berisi narasi masalah dalam suatu konteks pengolahan hasil pertanian sehingga peserta didik memaknai koneksi konsep matematika sesuai dengan konteks yang disajikan.

Lembar kerja peserta didik berisi tugas matematis berbentuk soal cerita atau *word problem*. Soal matematika merupakan bagian dari tugas matematis (*mathematical task*). Johnson et al. (2017) yang menyatakan bahwa: "Tugas matematis adalah bentuk praktik sosial yang dilakukan oleh guru dan peserta didik secara kolektif", yang diadopsi dari teori *Socio-Didactical Tetrahedron* (Rezat and Sträßer 2012).

Tujuan tugas matematis diantaranya untuk mengenalkan konten matematika baru, menilai pemahaman, mengonsolidasi prosedur yang diajarkan, memberi kesempatan kepada peserta didik untuk menerapkan prosedur dalam situasi baru (Johnson et al., 2017). Jenis-jenis tugas matematis (Yeo, 2017) sebagai berikut:

1. *Procedural task* (tugas rutin): tugas yang mempraktekkan penggunaan prosedur matematika seperti komputasi algoritma, manipulasi aljabar, dan penggunaan formula.
2. *Problem solving task* (tugas non-rutin): tugas yang memerlukan beberapa usaha kreatif dan pemikiran tingkat tinggi.
3. *Investigative task* (tugas penyelidikan): tugas yang menimbulkan masalah bagi peserta didik yang belum tahu bagaimana (atau apa) yang harus diselidiki.
4. *Real-life task/environmental task/real-world task*: tugas yang menerapkan matematika dalam situasi kehidupan nyata.

H. Merancang Penilaian

Penilaian atau asesmen proses pembelajaran dilakukan terhadap perencanaan dan pelaksanaan pembelajaran. Penilaian proses pembelajaran dilakukan oleh pendidik pengampu mata pelajaran. Penilaian terhadap perencanaan dan pelaksanaan pembelajaran dilakukan setelah pelaksanaan pembelajaran paling sedikit 1 (satu) kali dalam 1 (satu) semester dilakukan dengan cara refleksi diri terhadap pelaksanaan perencanaan dan proses pembelajaran, refleksi diri terhadap hasil penilaian yang dilakukan oleh sesama pendidik, kepala satuan pendidikan, dan/atau peserta didik (Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi 2022c).

Jenis penilaian pembelajaran matematika di SMK Agribisnis dan Agriteknologi (Fatimah et al. 2022b) adalah sebagai berikut:

- 1) Penilaian awal untuk mengetahui pengetahuan konsep matematis,
- 2) Penilaian proses pembelajaran,
- 3) Penilaian hasil proyek atau hasil pemecahan masalah,
- 4) Penilaian akhir untuk mengetahui capaian pembelajaran,

Penilaian di awal pembelajaran dilakukan untuk mengidentifikasi karakteristik peserta didik, kemampuan awal dan prasyarat sehingga kebutuhan belajar peserta didik dapat dipenuhi dalam pembelajaran. Berdasarkan hasil penialain awal, guru merancang pembelajaran yang diwujudkan dalam rencana pembelajaran dan perangkat ajar lainnya. Penilaian proses pembelajaran bergantung pada model pembelajaran yang digunakan. Penilaian hasil proyek atau pemecahan masalah untuk melihat sejauh mana kemampuan matematis peserta didik seperti koneksi (Fatimah 2021), penalaran (Fatimah and Prabawanto 2020; Fatimah, Pramuditya, and Wahyudin 2019), dan *number sense* (Fatimah and Wahyudin 2020). Penilaian akhir dilakukan untuk melihat tingkat ketercapaian pembelajaran. Hasil seluruh rangkaian penilaian dapat dievaluasi untuk pembelajaran di masa yang akan datang.

BAB 2

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS STEAM-H

Rencana Pelaksanaan Pembelajaran

Satuan Pendidikan	:	Sekolah Menengah Kejuruan XXXX
Bidang Keahlian	:	Agribisnis dan Agroteknologi
Program Keahlian	:	Agroteknologi Pengolahan Hasil Pertanian
Mata Pelajaran	:	Matematika
Kelas/Semester	:	X/I
Alokasi Waktu	:	24 Jam Pelajaran (JP)
Pokok Bahasan	:	Sistem Bilangan Real

Capaian Pembelajaran Matematika

Peserta didik dapat menggunakan konsep, prosedur, fakta dan alat matematika pada ruang lingkup materi matematika SMK/MAK untuk menyelesaikan masalah praktis yang relevan dengan bidang kejuruan serta memiliki karakter sesuai dengan nilai-nilai Pancasila

Capaian Pembelajaran Sistem Bilangan Real

- Peserta didik dapat memberi ilustrasi skema bilangan real dan kegunaan pada setiap jenis bilangan dalam kegiatan pengolahan hasil pertanian.
- Peserta didik dapat melakukan prosedur operasi bilangan dengan sifat-sifat operasi yang benar baik secara manual maupun dengan alat bantu (teknologi) untuk menunjang proses pengolahan hasil pertanian.
- Peserta didik dapat menggunakan alat hitung serta dapat membaca hasilnya yang menunjang pengolahan hasil pertanian baik yang bersifat akurat maupun estimasi.

Alat, bahan, dan sumber pembelajaran

- Bahan ajar sistem bilangan real, pangkat, akar, logaritma yang disediakan oleh guru atau sumber informasi lainnya di perpustakaan, internet, dll.
- Lembar kerja peserta didik
- Kalkulator

Model dan Pendekatan Pembelajaran

- | | | |
|--------------------|---|---|
| Model Pembelajaran | : | <ul style="list-style-type: none">▪ Orientasi peserta didik pada masalah Guru menjelaskan capaian pembelajaran, menyiapkan bahan ajar, lembar kerja peserta didik, dan alat/bahan penunjang pembelajaran lainnya, serta memotivasi peserta didik untuk aktif memecahkan masalah yang disajikan. <ul style="list-style-type: none">▪ Mengorganisasi peserta didik untuk belajar Guru membantu peserta didik mendefinisikan, mengorganisasi, dan mengoneksikan antara |
|--------------------|---|---|

bahan ajar yang tersedia dan sumber informasi lainnya dengan masalah yang disajikan dalam lembar kerja peserta didik (pengembangan kemampuan pemahaman dan koneksi matematis peserta didik)

- Membimbing penyelidikan individual dan kelompok

Guru berperan untuk mendorong peserta didik mengidentifikasi masalah dan mengoneksikannya dengan konsep matematika dalam ruang lingkup sistem bilangan real atau konsep matematika lainnya yang relevan (pengembangan kemampuan pemahaman dan koneksi matematis peserta didik)

- Mengembangkan dan menyajikan hasil karya
Guru membantu peserta didik merencanakan dan menyiapkan bentuk penyelesaian yang sesuai untuk menunjukkan hasil pemecahan masalah (pengembangan kemampuan komunikasi matematis peserta didik).

- Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah

Guru membantu peserta didik melakukan refleksi atau evaluasi terhadap proses dan hasil penyelesaian yang masuk akal sesuai dengan konteks masalah (pengembangan kemampuan penalaran dan *number sense* peserta didik).

Pendekatan Pembelajaran : STEAM-H (Science, Technology, Engineering, Agriculture, Mathematics, Health)

Koneksi STEAM-H

Pertanian : Materi dalam ruang lingkup sistem bilangan real terkoneksi dengan kebutuhan alat, bahan, analisis usaha pada pengolahan hasil pertanian.

Sains : Materi dalam ruang lingkup sistem bilangan real terkoneksi dengan perhitungan komposisi zat sebagai bahan serta konversi satuan pada pengolahan hasil pertanian

Teknologi : Materi dalam ruang lingkup sistem bilangan real terkoneksi dengan teknologi pada alat pengolahan hasil pertanian serta teknologi yang berkaitan dengan alat hitung.

Kesehatan : -

Rekayasa : -

PEMBELAJARAN INTRAKURIKULER

Pertemuan 1 Tes Awal (2 JP)

Deskripsi tes awal : Penilaian di awal pembelajaran dilakukan untuk

mengidentifikasi kemampuan awal materi dalam ruang lingkup sistem bilangan real dan prasyaratnya (soal tes terlampir).

Pertemuan 2 Pembelajaran Skema dan Sifat-sifat Operasi Bilangan Real (2JP)

- Deskripsi Pembelajaran :
- Peserta didik akan mencapai kemampuan memahami konsep skema dan sifat-sifat aljabar bilangan real serta kegunaan pada setiap jenis bilangan dalam kegiatan produksi hasil pertanian.
 - Guru menyediakan bahan ajar dan lembar kerja, peserta didik mencari sumber informasi lainnya yang relevan
 - Peserta didik mengonstruksi pengetahuan skema dan sifat-sifat aljabar bilangan real melalui konteks masalah komposisi bahan produksi hasil pertanian.
 - Guru mendorong dan memotivasi peserta didik untuk mengidentifikasi masalah dan mengoneksikannya dengan konsep sifat-sifat aljabar bilangan real atau konsep matematika lainnya yang relevan dalam pemecahan masalah.
 - Peserta didik membuat laporan hasil pemecahan masalah.
 - Guru dan peserta didik melakukan refleksi atau evaluasi terhadap hasil pemecahan masalah.

Pertemuan 3 Substitusi dan aproksimasi bilangan (2 JP)

- Deskripsi Pembelajaran :
- Peserta didik akan mencapai kemampuan memahami prosedur substitusi dan aproksimasi bilangan berdasarkan konteks zat sebagai bahan pengelolaan hasil pertanian.
 - Guru menyediakan bahan ajar dan lembar kerja, peserta didik mencari sumber informasi lainnya yang relevan.
 - Peserta didik mengonstruksi pengetahuan substitusi dan aproksimasi bilangan melalui konteks masalah analisis usaha pengolahan hasil pertanian.
 - Guru mendorong dan memotivasi peserta didik untuk mengidentifikasi masalah dan mengoneksikannya dengan konsep substitusi dan aproksimasi yang relevan dalam pemecahan masalah.
 - Peserta didik membuat laporan hasil pemecahan masalah.
 - Guru dan peserta didik melakukan refleksi atau evaluasi terhadap hasil pemecahan masalah.

Pertemuan 4 Representasi bilangan bentuk pangkat (4JP)

- Deskripsi Pembelajaran :
 - Peserta didik akan mencapai kemampuan representasi bilangan dalam bentuk pangkat dan sifat-sifat operasinya dalam konteks pengolahan hasil pertanian.
 - Guru menyediakan bahan ajar dan lembar kerja, peserta didik mencari sumber informasi lainnya yang relevan
 - Peserta didik mengonstruksi pengetahuan bilangan bentuk pangkat melalui konteks masalah komposisi bahan produksi hasil pertanian.
 - Guru mendorong dan memotivasi peserta didik untuk mengidentifikasi masalah dan mengoneksikannya dengan konsep bilangan bentuk pangkat dan sifat operasinya atau konsep matematika lainnya yang relevan dalam pemecahan masalah.
 - Peserta didik membuat laporan hasil pemecahan masalah.
 - Guru dan peserta didik melakukan refleksi atau evaluasi terhadap hasil pemecahan masalah.

Pertemuan 5 Representasi bilangan bentuk akar (4JP)

- Deskripsi Pembelajaran :
 - Peserta didik akan mencapai kemampuan representasi bilangan dalam bentuk akar dan sifat-sifat operasinya dalam konteks pengolahan hasil pertanian.
 - Guru menyediakan bahan ajar dan lembar kerja, peserta didik mencari sumber informasi lainnya yang relevan
 - Peserta didik mengonstruksi pengetahuan bilangan bentuk akar melalui konteks masalah alat dan bahan pengelolaan hasil pertanian.
 - Guru mendorong dan memotivasi peserta didik untuk mengidentifikasi masalah dan mengoneksikannya dengan konsep bilangan bentuk akar dan sifat operasinya atau konsep matematika lainnya yang relevan dalam pemecahan masalah.
 - Peserta didik membuat laporan hasil pemecahan masalah.
 - Guru dan peserta didik melakukan refleksi atau evaluasi terhadap hasil pemecahan masalah.

Pertemuan 6 Representasi bilangan bentuk logaritma (4JP)

- Deskripsi Pembelajaran :
 - Peserta didik akan mencapai kemampuan representasi bilangan dalam bentuk logaritma dan sifat-sifat operasinya dalam konteks pengolahan hasil pertanian.

- Guru menyediakan bahan ajar dan lembar kerja, peserta didik mencari sumber informasi lainnya yang relevan
- Peserta didik mengonstruksi pengetahuan bilangan bentuk logaritma melalui konteks masalah alat dan bahan pengelolaan hasil pertanian.
- Guru mendorong dan memotivasi peserta didik untuk mengidentifikasi masalah dan mengoneksikannya dengan konsep bilangan bentuk logaritma dan sifat operasinya atau konsep matematika lainnya yang relevan dalam pemecahan masalah.
- Peserta didik membuat laporan hasil pemecahan masalah.
- Guru dan peserta didik melakukan refleksi atau evaluasi terhadap hasil pemecahan masalah.

Pertemuan 8 Tes Akhir (2JP)

Deskripsi kegiatan : Penilaian akhir untuk melihat tingkat ketercapaian pembelajaran.

PROJEK PENGUATAN PROFIL PEMUDA PANCASILA

Alokasi waktu : 4 JP

Tema : Kepekerjaan dan Kewirausahaan

Konteks Dunia Kerja : Produksi hasil pertanian

Kerja

Capaian Pembelajaran : Peserta didik dapat menghubungkan berbagai pengetahuan sistem bilangan real untuk meningkatkan kemampuan pada aspek produksi pengolahan hasil pertanian dengan menggunakan berbagai teknik pengolahan baik yang sudah dipelajari di sekolah, yang berlaku di masyarakat, dan teknik lain yang berbasis teknologi.

Deskripsi Proyek : Peserta didik mengidentifikasi alat dan bahan suatu UMKM yang bergerak dalam pengolahan hasil pertanian.

Langkah-langkah Kegiatan :

1. Buat kelompok yang terdiri dari 6 orang.
2. Tetapkan UMKM.
3. Deskripsikan alat dan bahan (utama dan tambahan) dalam satu siklus produksi.
4. Deskripsikan proses produksi pengolahan hasil pertanian.

BAB 3

SISTEM BILANGAN REAL

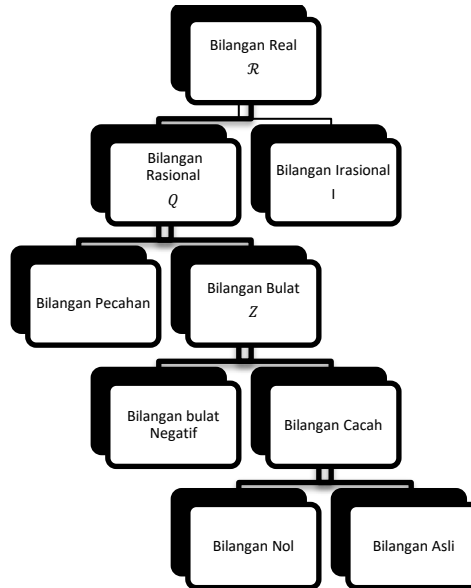
Ruang Lingkup Materi
<ul style="list-style-type: none">▪ Skema sistem bilangan real▪ Sifat-sifat operasi bilangan real▪ Substitusi bilangan▪ Aproksimasi bilangan▪ Representasi bilangan bentuk pangkat▪ Representasi bilangan bentuk akar▪ Representasi bilangan bentuk logaritma
Relevansi
Materi sistem bilangan real relevan dalam pengolahan hasil pertanian, misalnya dalam menghitung banyaknya kebutuhan alat dan bahan, dan pengukuran, analisis usaha.
Capaian Pembelajaran
<ul style="list-style-type: none">▪ Peserta didik dapat memberi ilustrasi skema bilangan real dan kegunaan pada setiap jenis bilangan dalam kegiatan pengolahan hasil pertanian.▪ Peserta didik dapat melakukan prosedur operasi bilangan dengan sifat-sifat operasi yang benar baik secara manual maupun dengan alat bantu (teknologi) untuk menunjang proses pengolahan hasil pertanian.▪ Peserta didik dapat menggunakan alat hitung serta dapat membaca hasilnya yang menunjang pengolahan hasil pertanian baik yang bersifat akurat maupun estimasi.

Bilangan, membilang, dan menghitung merupakan kata-kata yang sering muncul dalam kehidupan sehari-hari tak terkecuali dalam bidang pertanian. Bilangan adalah suatu konsep matematika yang seringkali digunakan untuk memecah atau membilang. Simbol atau lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut sebagai angka atau lambang bilangan. Angka hanya sebuah simbol untuk mempresentasikan sebuah bilangan.

Dalam kehidupan sehari-hari, kita menggunakan simbol bilangan yang berlaku secara umum atau internasional. Bilangan dihimpun dan diberi notasi yang khas dengan ruang lingkup yang berbeda-beda. Misalnya himpunan bilangan real diberi notasi R dan himpunan bilangan bulat diberi notasi Z . Selain itu, dalam kehidupan sehari-hari kita tidak lepas melakukan penghitungan aritmetika yang biasanya menggunakan sistem desimal (sistem berbasis sepuluh).

A. Skema Sistem Bilangan Real

Bilangan real (nyata) merupakan himpunan bilangan yang sering digunakan dalam bidang pertanian. Dalam hal ini, bilangan real memiliki struktur bilangan yang paling tinggi yang mencakup bilangan-bilangan lainnya seperti bilangan bulat, prima, ganjil, genap, dan pecahan. Struktur bilangan real dapat diilustrasikan pada Gambar 3.1 berikut ini.



Gambar 3.1 Skema Sistem Bilangan Real

Himpunan bilangan nol dilambangkan dengan $\{0\}$.

Himpunan bilangan asli atau natural (N), anggota-anggotanya dapat dinyatakan dalam $\{1,2,3,4,5, \dots\}$.

Himpunan bilangan cacah, anggota-anggotanya dapat dinyatakan dalam $\{0,1,2,3,4,5, \dots\}$.

Himpunan bilangan bulat (Z) terdiri dari bilangan bulat negatif (Z^-), nol, dan bulat positif (Z^+).

Himpunan bilangan bulat negatif (Z^-), anggota-anggotanya dapat dinyatakan dalam $\{\dots - 5, -4, -3, -2, -1\}$.

Himpunan bilangan bulat positif (Z^+) merupakan himpunan bilangan asli.

Bilangan rasional dilambangkan dengan Q adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Bilangan rasional.

B. Sifat Aljabar Bilangan Real

Pada himpunan bilangan real R terdapat dua operasi biner yaitu penjumlahan dan perkalian yang dinotasikan oleh $+$ dan \cdot , serta memenuhi sifat-sifat operasi seperti pada Tabel 4.1 berikut ini.

Tabel 3.1 Sifat-sifat Operasi Bilangan Real

Operasi Bilangan Real	Sifat Operasi Bilangan Real
$a + b = b + a$, untuk setiap $a, b \in R$	Sifat komutatif penjumlahan
$(a + b) + c = a + (b + c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$	Sifat asosiatif penjumlahan
Terdapat elemen $0 \in R$, sedemikian sehingga $a + 0 = a$ dan $0 + a = a$ untuk setiap $a \in R$	Eksistensi elemen nol
Untuk setiap $a \in R$ terdapat unsur $-a \in R$	Eksistensi elemen invers

Operasi Bilangan Real	Sifat Operasi Bilangan Real
sedemikian sehingga $a + (-a) = 0$ dan $(-a) + a = 0$	penjumlahan
$a \cdot b = b \cdot a$ untuk setiap $a, b \in R$	Sifat komutatif perkalian
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$	Sifat asosiatif perkalian
Terdapat elemen $1 \in R$, sedemikian sehingga $1 \cdot a = a$ dan $a \cdot 1 = a$ untuk setiap $a \in R$	Eksistensi unsur satuan
Untuk setiap $a \in R, a \neq 0$, terdapat unsur $\frac{1}{a} \in R$ sedemikian sehingga $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ dan $\frac{1}{a} \cdot a = 1$	eksistensi elemen invers perkalian
$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ dan $(a + b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$	Sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan

C. Substitusi Bilangan

Banyak konteks di bidang pertanian yang melibatkan rumus-rumus tertentu. Untuk menentukan suatu nilai, kita perlu mensubstitusikan suatu bilangan tertentu pada suatu rumus, yang dilanjutkan dengan operasi hitung bilangan. Misalnya, kita ingin mengukur kelayakan suatu usaha. Salah satu rumus untuk mengukur kelayakan usaha adalah *revenue cost ratio* atau disingkat dengan R/C rasio, yaitu:

$$\text{R/C rasio} = \frac{\text{penerimaan}}{\text{biaya tetap} + \text{biaya variabel}}$$

Jika R/C rasio < 1 , maka usaha tidak layak.

Jika R/C rasio $= 1$, maka usaha impas.

Jika R/C rasio > 1 , maka usaha layak dan menguntungkan.

Biaya tetap memiliki nominal yang cenderung tidak berubah dalam setiap proses produksi. Komponen yang termasuk biaya tetap misalnya sewa gedung, gaji karyawan, pajak, asuransi, dan listrik. Biaya variabel akan cenderung berubah tergantung kuantitas output produksi. Biaya variabel hanya diperlukan ketika proses produksi sedang berlangsung yaitu sebagai biaya pembelian bahan baku.

Misalnya pengusaha bolu pisang melakukan produksi memerlukan biaya tetap variabel. Biaya tetap (sewa toko, pajak, dan listrik) dalam satu periode produksi sebesar Rp. 4.000.000,-, sedangkan biaya variabel (gula, terigu, pisang, mentega) sebesar Rp. 15.000.000,-. Sementara hasil yang diperoleh dari produksi tersebut sebesar Rp. 22.000.000,-.

Kita dapat menghitung kelayakan usahanya dengan rumus R/C rasio. Substitusikan 22.000.000 pada bagian penerimaan, 4.000.000 pada biaya tetap, dan 15.000.000 pada biaya variabel, sehingga diperoleh:

$$\text{R/C rasio} = \frac{22000000}{4000000 + 15000000} = \frac{22}{19} \approx 1,15789$$

Karena R/C rasio > 1 , maka usaha bolu pisang layak dan menguntungkan

D. Aproksimasi Bilangan

Perhatikan hasil perhitungan kelayakan usaha bolu pisang. Bilangan $\frac{22}{19}$ berbentuk pecahan dan nilainya eksak. Dalam konteks ini, bilangan berbentuk pecahan kurang dapat menunjukkan nilai R/C rasio sehingga bentuk bilangan tersebut perlu diubah ke dalam bentuk desimal 1,15789. Bilangan desimal 1,15789 merupakan bilangan yang mendekati nilai eksak $\frac{22}{19}$ karena merupakan hasil dari pembulatan bilangan di belakang koma. Bilangan $\frac{22}{19}$ merupakan hasil eksak sedangkan 1,15789 merupakan hasil aproksimasi.

Bilangan 1,15789 dapat diubah dengan bilangan yang memiliki dua digit dibelakang koma melalui proses pembulatan atau pemotongan. Melalui proses pembulatan diperoleh 1,16, sedangkan pemotongan diperoleh 1,15. Melalui proses pembulatan bilangan lima atau lebih pada digit ketiga dibelakang koma ditambahkan satu ke dalam digit kedua, sedangkan pada proses pemotongan dua digit bilangan dibelakang koma langsung diambil tanpa memperhatikan digit setelahnya.

Kita jelaskan lebih lanjut terkait dengan hasil eksak dan aproksimasi. Misalnya bilangan $\frac{1}{3}$ ditampilkan dalam bentuk tak hingga banyak angka (digit) dibelakang koma desimal, $\frac{1}{3} = 0,33333333333333$. Bilangan $\frac{1}{3}$ ditampilkan dalam bentuk berhingga

$$\frac{1}{3} = 0,333 = \frac{333}{1000}$$

diantara $\frac{1}{3}$ dengan 0,333 terdapat selisih $\frac{1}{3000}$

$$\frac{333}{1000} + \frac{1}{3000} = \frac{999 + 1}{3000} = \frac{1000}{3000}$$

Apabila bilangan $\frac{1}{3}$ ditampilkan dalam bentuk berhingga bilangan di belakang koma, maka itu hanyalah pendekatan saja. $\frac{1}{3}$ adalah hasil eksak dan 0,333 adalah hasil pendekatan tiga bilangan di belakang koma.

E. Representasi Bilangan

Seperti yang sudah dibahas pada bagian aproksimasi bilangan, suatu bilangan dapat dinyatakan dengan cara berbeda yaitu pecahan biasa dan desimal. Begitu juga berlaku umum pada bilangan real. Misalnya bilangan 1 (satu). Bilangan 1 merupakan bagian dari bilangan bulat atau secara spesifik masuk pada bilangan asli. Wujud bilangan 1 ini dapat diubah menjadi wujud lain yang nilainya sama yaitu 1, misalnya $\frac{5}{5}$, $2 - 1$, $\sqrt{1}$.

Mengubah bentuk suatu bilangan menjadi bentuk lainnya memerlukan proses yaitu melalui konsep sifat bilangan dan operasinya. Proses perubahan bentuk bilangan namun nilainya tetap dapat dikatakan sebagai proses representasi. Bilangan 1 memiliki banyak representasi bilangan yang berbeda bergantung pada konsep matematika apa yang dilakukan pada proses representasi. Berikut ini diberikan contoh beragam representasi dari bilangan-bilangan.

- $1 = \frac{5}{5} = \frac{z}{z} = a^0 = 100\% = \log 10 = 99 - 98$
- $5 = \frac{5}{1} = \frac{100}{20} = \frac{5a}{a} = \sqrt{25} = 4 + 1$
- $1000 = 10^3 = \sqrt[3]{10^9}$
- $30000 = 3 \cdot 10^4$
- $4500000 = 4,5 \cdot 10^6$
- $0,001 = \frac{1}{1000} = 10^{-3}$
- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \sum_{n=1}^5 n$

Dalam sistem desimal (sistem berbasis sepuluh), suatu bilangan 1354 dapat dinyatakan sebagai:

$$1354 = 1000 + 300 + 50 + 4 \\ = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

1. Bilangan Bentuk Pangkat

Bentuk $10^3, 10^2, 10^1, 10^0$ merupakan bilangan berbentuk pangkat. Untuk lebih memahami bentuk pangkat dalam konteks produksi pengolahan hasil pertanian, kita akan mengilustrasikan ke dalam konteks pembuatan manisan buah basah yang berair yaitu manisan mangga. Bahan yang diperlukan untuk membuat manisan mangga terdiri dari:

- 1) Mangga
- 2) Larutan gula pasir 50%
- 3) Larutan kapur sirih 10%
- 4) Larutan garam 10%

Misalnya disediakan air 10 liter. Kita membutuhkan gula pasir sebanyak 50% dalam 10 liter, yaitu

$$\frac{50}{100} \times 10 = 5$$

Dengan demikian, apabila kita ingin mendapatkan larutan gula pasir 50% sebanyak 10 liter maka diperlukan 5 liter gula pasir.

Satuan liter (l) dapat dikonversi (diubah) ke dalam satuan lainnya, misalnya mililiter (ml).

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$$

Sehingga

$$10 \text{ l} = 10000 \text{ ml}$$

Proses di atas adalah proses mengubah satuan. Dapatkah bentuk bilangan di ubah?

10000 dapat diubah dalam bentuk berikut ini,

$$10000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

10^4 merupakan bentuk pangkat.

Ekspresi 7^3 juga merupakan pangkat. 7 menunjukkan basis dan 3 menunjukkan eksponen. 7^3 memiliki arti $7 \cdot 7 \cdot 7$ atau "3 faktor dari 7". Operasi kali dapat ditulis \times atau \cdot . Secara umum, bilangan dalam bentuk pangkat didefinisikan berikut ini.

Jika a bilangan real dan n bilangan bulat positif, maka :

$$\underbrace{a^n}_{\text{pangkat}} = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ faktor dari } a}$$

Satuan lainnya yang sering digunakan dalam pengolahan hasil pertanian adalah kilogram (kg). Satuan kilogram dapat juga diubah ke dalam satuan lainnya, misalnya gram (gr). Misalnya diperlukan gula sebanyak 5 kg, sehingga:

$$5 \text{ kg} = 5000 \text{ g}$$

Kita dapat menuliskan 5000 ke dalam bentuk pangkat menjadi

$$5 \times 1000 = 5 \times 10^3$$

Bentuk 5×10^3 seringkali disebut sebagai bentuk baku atau notasi ilmiah.

Notasi ilmiah digunakan untuk mengakomodasi bilangan yang bernilai sangat besar atau sangat kecil sehingga mudah untuk dituliskan. Dalam notasi ilmiah bilangan ditulis dalam bentuk:

$$a \cdot 10^n$$

dengan a bilangan real dan n bilangan bulat.

Jika kita mengubah satuan mililiter ke liter, maka diperoleh,

$$10 \text{ ml} = 0,01 \text{ l}$$

Kita dapat mengubah 0,01 ke dalam bentuk pangkat dengan terlebih dahulu mengubahnya ke dalam bentuk pecahan biasa, kemudian ke dalam bentuk pangkat.

$$0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$$

Bentuk $\frac{1}{10^2}$ dapat direpresentasikan juga ke dalam bentuk 10^{-2} . Perhatikan Definisi berikut.

Jika a bilangan real tak nol dan n bilangan bulat positif, maka :

$$a^0 = 1 \text{ dan } a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Dalam suatu produksi pengolahan hasil pertanian, tentunya kita tidak akan lepas dari perhitungan dan pengukuran. Hasil pengukuran bilangan dengan satuan

tertentu. Beberapa besaran seringkali digunakan dalam proses produksi, misalnya massa/berat, volume, konsentrasi larutan, suhu, dan waktu.

Tabel 3.2. Besaran dan Satuan dalam Pengolahan Hasil Pertanian

Besaran	Satuan
konsentrasi larutan	Persen masa $\% \text{ zat terlarut} = \frac{\text{masa zat terlarut}}{\text{masa larutan}} \times 100\%$ $\% \text{ zat pelarut} = \frac{\text{masa zat pelarut}}{\text{masa larutan}} \times 100\%$ Persen volume $\% \text{ zat terlarut} = \frac{\text{volume zat terlarut}}{\text{volume larutan}} \times 100\%$ Persen masa per volume $\% \text{ zat terlarut} = \frac{\text{masa zat terlarut}}{\text{volume larutan}} \times 100\%$
Suhu	Kelvin, Celsius, Fahrenheit, Reamur
Waktu	Detik, menit, jam, hari, bulan
Volume	$mm^3, cm^3, dm^3, m^3, dam^3, hm^3, km^3,$ ml, cl, dl, l, dal, hl, kl $1 l = 1 dm^3$
Berat	mg, cg, dg, g, dag, hg, kg, ons pon kuintal ton

Keterampilan mengukur dan mengonversi hasil pengukuran pada berbagai satuan, baik satuan pokok maupun satuan turunan merupakan salah satu kemampuan yang harus dimiliki oleh peserta didik SMK Agriteknologi Pengolahan Hasil Pertanian.

Selanjutnya, kita akan mengenal sifat-sifat pangkat dari bilangan real. Perhatikan berikut ini.

Jika a dan b bilangan real tak nol, m dan n bilangan bulat, maka :

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0, m > n$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ dan $(a^m b^n)^p = a^{mp} \cdot b^{np}$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ dan $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^p = \frac{a^{mp}}{b^{np}}$

Contoh berikut merupakan penggunaan sifat-sifat bilangan berpangkat untuk menyederhanakan bentuk pangkat. Apabila a, x, y, s, t bilangan real positif, sederhanakan bentuk berikut ini.

1) $a^7 \times a^4$

- 2) $\frac{a^8}{a^5}$
- 3) $\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^2$
- 4) $\left(x^4y^{\frac{2}{5}}\right)^5$
- 5) $(-3x^2)^5$
- 6) $\left(\frac{s^2}{t}\right)^3$

Penyelesaian :

- 1) $a^7 \times a^4 = a^{7+4} = a^{11}$
- 2) $\frac{a^8}{a^5} = a^{8-5} = a^3$
- 3) $(a^4)^2 = a^{4 \cdot 2} = a^8$
- 4) $(x^4y^3)^5 = x^{4 \cdot 5} \cdot y^{3 \cdot 5} = x^{20}y^{15}$
- 5) $(-3x^2)^5 = -3^5 \cdot x^{2 \cdot 5} = -243x^{10}$
- 6) $\left(\frac{s^2}{t}\right)^3 = \frac{s^6}{t^3}$

2. Bilangan Bentuk Akar

Gambar 3.2 di bawah ini adalah sebuah mesin pencampur biji kopi tipe hexagonal. Fungsi mesin pencampur ini adalah untuk mencampur biji kopi sangrai agar bubuk kopi yang dihasilkan konsisten dan seragam.

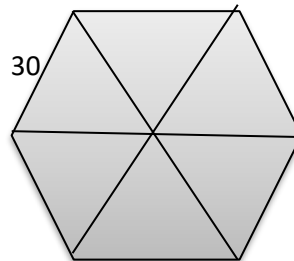


Gambar 3.2 Mesin Pencampur Kopi
(Sumber: BSE Produksi Hasil Perkebunan)

Perhatikan Gambar 3.2. Bagian utama mesin berbentuk prisma dengan alas heksagonal. Suatu bidang heksagonal dibangun oleh enam sisi yang memiliki panjang yang sama. Suatu ketika, pada salah satu bagian heksagonal tersebut terjadi kebocoran sehingga harus diganti. Jika panjang satu sisi heksagonal

tersebut 30 cm. Hitunglah bahan minimum yang diperlukan untuk mengganti bagian heksagonal tersebut.

Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, kita dapat membuat sketsa heksagonal seperti Gambar 3.3. Heksagonal dibentuk dari enam buah segitiga sama sisi. Dengan demikian, kita dapat menghitung luas heksagonal dengan menghitung enam kali dari luas segitiga sama sisi.



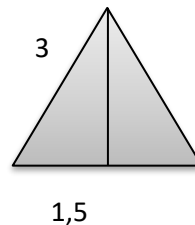
Gambar 3.3 Heksagonal

Terdapat beragam cara untuk menentukan luas segitiga.

Cara pertama, kita menggunakan rumus

$$L = \frac{1}{2} at$$

Karena segitiga berbentuk segitiga sama sisi, maka panjang alas adalah 30 cm. Tinggi segitiga dapat ditentukan dengan menggunakan aturan pythagoras.



Untuk menghitung tinggi (t) segitiga tersebut dapat digunakan beberapa prosedur seperti ditampilkan pada tabel

Tabel 3.3 Prosedur untuk Memperoleh Tinggi Segitiga

Prosedur 1	Prosedur 2
$t = \sqrt{3^2 - 1,5^2}$ $= \sqrt{9 - 2,25}$ $= \sqrt{6,75}$ $= 2,598076211$ (dengan menggunakan kalkulator)	$t = \sqrt{3^2 - 1,5^2}$ $= \sqrt{9 - 2,25}$ $= \sqrt{6,75}$ $= \sqrt{\frac{675}{100}}$

	$= \sqrt{\frac{225 \cdot 3}{100}}$ $= \sqrt{\frac{225}{100}} \cdot \sqrt{3}$ $= \frac{15}{10} \sqrt{3}$ $= \frac{3}{2} \sqrt{3}$
--	--

Dengan demikian luas heksagonal adalah enam kali luas segitiga (L)

$$6L = 6(0,5)(3)(2,598076211) = 23,3826859$$

$$6L = 6 \left(\frac{1}{2} (3) \left(\frac{3}{2} \sqrt{3} \right) \right) = \frac{54}{4} \sqrt{3}$$

Cara kedua, kita dapat menggunakan rumus luas segitiga sebarang,

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ dengan } s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

Karena segitiga adalah sama sisi, maka $a = b = c = 3$, sehingga

$$s = \frac{1}{2}(3+3+3) = \frac{9}{2}$$

Dan luas heksagonal

$$6L = 6 \left(\sqrt{\frac{9}{2} \left(\frac{9}{2} - 3 \right) \left(\frac{9}{2} - 3 \right) \left(\frac{9}{2} - 3 \right)} \right) = 6 \left(\sqrt{\frac{9}{2} \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{3}{2} \right)} \right) = 6 \left(\sqrt{\frac{(9)(9)(3)}{(4)(4)}} \right)$$

$$= 6 \left(\frac{9}{4} \sqrt{3} \right) = \frac{54}{4} \sqrt{3}$$

Akhirnya, kita dapat menyimpulkan bahwa kebutuhan bahan pengganti plat heksagonal minimal $\frac{54}{4} \sqrt{3} \approx 23,3826859$ cm.

Perhatikan bilangan-bilangan pada proses penyelesaian masalah di atas.

Terdapat bilangan

- 1) 3
- 2) 1,5
- 3) $\frac{54}{4} \sqrt{3} \approx 23,3826859$
- 4) $\sqrt{\frac{225}{100}}$

Mana dari keempat bilangan tersebut yang masuk pada kategori bilangan rasional dan irasional?

Untuk menjawabnya kita kembali memperhatikan definisi bilangan rasional, yaitu:

Bilangan irrasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$.

Bilangan 3 merupakan bilangan rasional, karena dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{3}{1}$ atau bentuk lainnya yang senilai.

Bilangan 1,5 merupakan bilangan rasional, karena dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{15}{10}$ atau bentuk lainnya yang senilai.

Bilangan $\sqrt{\frac{225}{100}}$ merupakan bilangan rasional, karena dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{15}{10}$ atau bentuk lainnya yang senilai.

Bilangan $\frac{54}{4}\sqrt{3} \approx 23,3826859$ merupakan bilangan irasional karena tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$

Perhatikan bilangan $\sqrt{3}$ dan $\sqrt{4}$ keduanya merupakan bilangan dalam tanda akar yang masing-masing memiliki nilai:

$$\sqrt{3} \approx 1,732050808$$

$$\sqrt{4} = 2$$

Apakah $\sqrt{3}$ dan $\sqrt{4}$ disebut dengan bentuk akar?

Untuk menjawabnya perhatikan definisi berikut ini.

Akar-akar dari bilangan rasional yang hasilnya bukan bilangan rasional (irasional) disebut bentuk akar

Misalkan b bilangan real dan n bilangan bulat positif, maka bentuk akar $\sqrt[n]{b}$

disebut **akar (radikal)**, b disebut **radikan** (bilangan pokok yang ditarik akarnya), dan n disebut **indeks** (pangkat akar).

Akhirnya, kita dapat menyimpulkan bahwa $\sqrt{3}$ merupakan bentuk akar sedangkan $\sqrt{4}$ bukan bentuk akar.

Selanjutnya, kita akan mengubah bentuk akar ke dalam bentuk pangkat. Perhatikan definisi berikut ini.

Jika a dan b bilangan real, serta n dan m bilangan bulat positif, maka

$$a^n = b \Leftrightarrow \sqrt[n]{b} = a$$
$$\sqrt[n]{b^m} = b^{\frac{m}{n}}$$

$\sqrt[5]{7}$ dapat ditulis $7^{\frac{1}{5}}$. Dengan menggunakan kalkulator, diperoleh

$$7^{\frac{1}{5}} \approx 1,4757731616 \dots$$

$7^{\frac{1}{5}} \approx 1,4757731616 \dots$ merupakan bilangan irrasional dan $7^{\frac{1}{5}}$ merupakan pangkat pecahan.

Selanjutnya, kita akan membahas sifat-sifat dari bentuk akar berikut ini:

Jika a dan b bilangan real, serta n bilangan bulat positif, maka

1. $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$
2. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
3. $\sqrt[mn]{a^m} = \sqrt[n]{a}$

Berdasarkan sifat bagian kedua $\sqrt{8}$ dapat diuraikan menjadi $\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}$. Kalian sudah tahu bahwa $\sqrt{4} = 2$, sehingga $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. Dengan cara lain kita dapat menyederhanakan $\sqrt{8}$ dengan menggunakan sifat pertama dan kedua.

$$\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Kalian dapat menggunakan berbagai cara untuk menyederhanakan $\sqrt{8}$. Perhatikan contoh-contoh menyederhanakan bentuk akar berikut.

- 1) $\sqrt{63} = \sqrt{9 \cdot 7} = 3\sqrt{7}$
- 2) $\sqrt[4]{9} = \sqrt[2 \cdot 2]{3^2} = \sqrt[2]{3} = \sqrt{3}$ (perhatikan sifat bentuk akar ketiga)
- 3) Jika a adalah bilangan real positif, maka $\sqrt{12a^3} = \sqrt{4a^2 \cdot 3a} = \sqrt{4a^2} \cdot \sqrt{3a} = 2a\sqrt{3a}$.

Selanjutnya kita akan membahas operasi pada bentuk akar. Berikut disajikan sifat dari operasi bentuk akar.

Pengurangan dan Penjumlahan Bentuk Akar

Bentuk-bentuk akar yang dapat dijumlahkan atau dikurangkan secara langsung hanyalah bentuk-bentuk akar yang memiliki **indeks** dan **radikan yang sama**.

Secara umum ditulis :

$$a\sqrt[n]{x} + b\sqrt[n]{x} = (a + b)\sqrt[n]{x}$$

$$a\sqrt[n]{x} - b\sqrt[n]{x} = (a - b)\sqrt[n]{x}$$

Mengalikan Bentuk Akar

Bentuk-bentuk akar yang pangkat akarnya (indeksnya) sama, dapat langsung dikalikan dengan menggunakan rumus berikut.

$$a\sqrt[n]{x} \cdot b\sqrt[n]{y} = ab\sqrt[n]{xy}$$

Pembagian Bentuk Akar

Bentuk-bentuk akar yang indeksnya sama dapat dibagi secara langsung dengan menggunakan rumus berikut.

$$\frac{a\sqrt[n]{x}}{b\sqrt[n]{y}} = \frac{a}{b} \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

Perhatikan contoh-contoh operasi pada bentuk akar berikut.

- 1) $\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (1 + 7 - 2)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.
- 2) $\sqrt{125} - \sqrt{50} + 4\sqrt{5} = \sqrt{25 \cdot 5} - \sqrt{25 \cdot 2} + 4\sqrt{5}$

$$\begin{aligned}
&= 5\sqrt{5} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{5} \\
&= (5 + 4)\sqrt{5} - 5\sqrt{2} \\
&= 9\sqrt{5} - 5\sqrt{2}
\end{aligned}$$

$$3) \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{21}$$

$$4) \frac{6\sqrt{10}}{2\sqrt{5}} = \frac{6}{2} \sqrt{\frac{10}{2}} = 3\sqrt{5}.$$

Selanjutnya kita akan belajar merasionalkan bentuk akar yang terjadi pada bentuk pecahan. Jika bagian penyebut dari pecahan berbentuk pecahan, maka dapat dirasionalkan dengan mengalikan pecahan tersebut dengan unsur identitas perkalian dalam bentuk akar sekawan. Berikut diberikan contoh dari akar sekawan.

Akar Sekawan Bentuk Akar
<ul style="list-style-type: none"> ▪ \sqrt{a} sekawan dengan \sqrt{a}, karena $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ ▪ $a + \sqrt{b}$ sekawan dengan $a - \sqrt{b}$, karena $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$ ▪ $a + \sqrt{b}$ sekawan dengan $-a + \sqrt{b}$, karena $(a + \sqrt{b})(-a + \sqrt{b}) = -a^2 + b$ ▪ $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ sekawan dengan $-\sqrt{a} + \sqrt{b}$, karena $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(-\sqrt{a} + \sqrt{b}) = -a + b$

Ada beberapa teknik merasionalkan bentuk akar seperti yang disajikan berikut ini.

Penyebut pecahan yang terdiri dari satu suku
<p>Untuk merasionalkan penyebut pecahan yang terdiri dari satu suku, dapat digunakan rumus berikut.</p> <p>Apabila a bilangan real tak nol, maka :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} ; a > 0$ ▪ $\frac{1}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a}$
Penyebut pecahan yang terdiri dari dua suku
<p>Untuk merasionalkan penyebut pecahan yang terdiri dari dua suku, dapat digunakan rumus berikut.</p> <p>Jika a dan b bilangan real positif, maka :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ ▪ $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$ ▪ $\frac{1}{a+\sqrt{b}} = \frac{1}{a+\sqrt{b}} \cdot \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{a-\sqrt{b}}{a^2-b}$ ▪ $\frac{1}{a-\sqrt{b}} = \frac{1}{a-\sqrt{b}} \cdot \frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} = \frac{a+\sqrt{b}}{a^2-b}$

Perhatikan contoh berikut.

Kita akan merasionalkan bentuk

$$\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$$

Akar sekawan dari $\sqrt{5} + \sqrt{7}$ adalah $\sqrt{5} - \sqrt{7}$

Sehingga

$$\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{7})}{5 - 7} = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{7})}{-2} = -(\sqrt{5} - \sqrt{7})$$

3. Bilangan Bentuk Logaritma

Masalah derajat keasaman zat atau pH merupakan ukuran (derajat) keasaman dan kebasaan suatu zat yang berhubungan dengan banyaknya ion dalam bentuk larutan. Ion H^+ untuk senyawa asam dan ion OH^- untuk senyawa basa. Suatu zat dikatakan asam jika $1 \leq pH < 7$, zat dikatakan basa jika $7 < pH \leq 14$, dan zat dikatakan netral jika nilai $pH=7$. Nilai pH dapat dihitung menggunakan rumus:

$$pH = -\log M_H \quad \text{untuk asam}$$

$$pH = 14 - pOH \quad \text{atau} \quad pH = 14 + \log M_H \quad \text{untuk basa.}$$

dengan M_H adalah konsentrasi ion H^+ dan pOH adalah konsentrasi ion OH^- .

Rumus perhitungan nilai pH melibatkan konsep logaritma yang disingkat dengan log. Apa itu logaritma? Perhatikan definisi berikut.

Jika $a > 0, a \neq 1$, dan $b > 0$ maka

$$a^x = b \Leftrightarrow x = {}^a \log b$$

a dinamakan bilangan pokok (basis), b numerus, dan x hasil logaritma

Definisi di atas menunjukkan bahwa konsep logaritma berhubungan dengan konsep pangkat. Dengan kata lain, sebuah bentuk pangkat dan nilainya dapat diubah menjadi bentuk lainnya yaitu logaritma.

Misalkan $5^3 = 125$ dapat direpresentasikan dalam bentuk logaritma menjadi

$$3 = {}^5 \log 125$$

Seperti halnya bentuk pangkat, bentuk logaritma memiliki sifat-sifat tertentu. Berikut ini diberikan sifat-sifat logaritma.

Jika a dan b dan c positif serta $a \neq 1$, maka :

1. ${}^a \log(bc) = {}^a \log b + {}^a \log c$
2. ${}^a \log \frac{b}{c} = {}^a \log b - {}^a \log c$

Jika $a > 0, a \neq 1, b > 0$, dan $b \neq 1$, maka :

$${}^a \log b = \frac{{}^x \log b}{{}^x \log a} = \frac{1}{{}^b \log a}, x > 0 \text{ dan } x \neq 1$$

Jika $a > 0, a \neq 1, b > 0$, maka : $a^{{}^a \log b} = b$

Sebagai contoh, misalnya kita akan mengubah bentuk ${}^3\log x + {}^3\log y$ menjadi bentuk logaritma tunggal dengan menggunakan sifat logaritma, maka

$${}^3\log x + {}^3\log y = {}^3\log(xy)$$

Berdasarkan definisi dan sifat-sifat logaritma, kita dapat menentukan nilai pH suatu zat. Misalnya kita ingin mengetahui pH suatu larutan yang mengandung $0,0001 M$ ion H^+ .

Karena larutan mengandung $0,0001 M$ ion H^+ , maka larutan terkategori asam. Untuk menghitung pH digunakan rumus:

$$pH = -\log M_H = -\log 0,0001 = -\log 10^{-4} = -(-4) = 4$$

Jadi, larutan tersebut memiliki pH = 4.

F. Rangkuman

Bilangan real merupakan ruang lingkup bilangan yang sering digunakan dalam bidang pertanian. Bilangan real memiliki sembilan sifat aljabar yang merupakan dasar operasi bilangan. Substitusi bilangan merupakan prosedur yang digunakan dalam melakukan penyelesaian yang melibatkan rumus-rumus dalam pengolahan hasil pertanian atau konteks kehidupan lainnya. Aproksimasi bilangan merupakan pendekatan suatu nilai dari hasil operasi yang dilakukan dan banyak ditemukan dalam konteks pengolahan hasil pertanian. Representasi bilangan merupakan ekspresi bilangan dalam beragam bentuk konsep matematika namun memiliki nilai yang sama atau mendekati sama. Hal tersebut dapat dijelaskan oleh hubungan antar konsep seperti bilangan dalam bentuk pangkat, akar, dan logaritma. Tabel 3.4 berikut merangkum definisi dan sifat-sifat bilangan real, pangkat, akar, dan logaritma.

Tabel 3.4 Rangkuman Definisi dan Sifat-sifat Bilangan Real, Pangkat, Akar, dan Logaritma

Konsep	Deskripsi
Sifat aljabar bilangan real	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $a + b = b + a$, untuk setiap $a, b \in R$ (sifat komutatif penjumlahan). ▪ $(a + b) + c = a + (b + c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$ (sifat asosiatif penjumlahan). ▪ Terdapat elemen $0 \in R$, sedemikian sehingga $a + 0 = a$ dan $0 + a = a$ untuk setiap $a \in R$ (eksistensi elemen nol). ▪ Untuk setiap $a \in R$ terdapat unsur $-a \in R$ sedemikian sehingga $a + (-a) = 0$ dan $(-a) + a = 0$ (eksistensi elemen invers penjumlahan). ▪ $a \cdot b = b \cdot a$ untuk setiap $a, b \in R$ (sifat komutatif perkalian). ▪ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$ (sifat asosiatif perkalian). ▪ Terdapat elemen $1 \in R$, sedemikian sehingga $1 \cdot a = a$ dan $a \cdot 1 = a$ untuk setiap $a \in R$ (eksistensi unsur

Konsep	Deskripsi
	satuan). <ul style="list-style-type: none"> ▪ Untuk setiap $a \in R$, $a \neq 0$, terdapat unsur $\frac{1}{a} \in R$ sedemikian sehingga $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ dan $\frac{1}{a} \cdot a = 1$ (eksistensi elemen invers perkalian). ▪ $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ dan $(a + b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$ (sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan).
Definisi bentuk akar	Jika a bilangan real dan n bilangan bulat positif, maka : $\underbrace{a^n}_{\text{pangkat}} = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor dari } a}$
	Jika a bilangan real tak nol dan n bilangan bulat positif, maka : $a^0 = 1$ dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$
Sifat operasi bilangan pangkat	Jika a dan b bilangan real tak nol, m dan n bilangan bulat, maka : <ul style="list-style-type: none"> ▪ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ▪ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a \neq 0$, $m > n$ ▪ $(a^m)^n = a^{mn}$ ▪ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ dan $(a^m b^n)^p = a^{mp} \cdot b^{np}$ ▪ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ dan $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^p = \frac{a^{mp}}{b^{np}}$
Definisi bentuk akar	Jika a dan b bilangan real, serta n dan m bilangan bulat positif, maka $a^n = b \Leftrightarrow \sqrt[n]{b} = a$ $\sqrt[n]{b^m} = b^{\frac{m}{n}}$
	Jika a dan b bilangan real, serta n dan m bilangan bulat positif, maka $a^n = b \Leftrightarrow \sqrt[n]{b} = a$ $\sqrt[n]{b^m} = b^{\frac{m}{n}}$
Pengurangan dan Penjumlahan Bentuk Akar	Bentuk-bentuk akar yang dapat dijumlahkan atau dikurangkan secara langsung hanyalah bentuk-bentuk akar yang memiliki indeks dan radikan yang sama . Secara umum ditulis : $a \sqrt[n]{x} + b \sqrt[n]{x} = (a + b) \sqrt[n]{x}$ $a \sqrt[n]{x} - b \sqrt[n]{x} = (a - b) \sqrt[n]{x}$
Mengalikan bentuk akar	Bentuk-bentuk akar yang pangkat akarnya (indeksnya) sama, dapat langsung dikalikan dengan menggunakan rumus berikut. $a \sqrt[n]{x} \cdot b \sqrt[n]{y} = ab \sqrt[n]{xy}$
Pembagian bentuk akar	Bentuk-bentuk akar yang indeksnya sama dapat dibagi secara langsung dengan menggunakan rumus berikut.

Konsep	Deskripsi
	$\frac{a^n \sqrt[n]{x}}{b^n \sqrt[n]{y}} = \frac{a}{b} \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$
Akar sekawan bentuk akar	<ul style="list-style-type: none"> ▪ \sqrt{a} sekawan dengan \sqrt{a}, karena $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ ▪ $a + \sqrt{b}$ sekawan dengan $a - \sqrt{b}$, karena $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$ ▪ $a + \sqrt{b}$ sekawan dengan $-a + \sqrt{b}$, karena $(a + \sqrt{b})(-a + \sqrt{b}) = -a^2 + b$ ▪ $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ sekawan dengan $-\sqrt{a} + \sqrt{b}$, karena $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(-\sqrt{a} + \sqrt{b}) = -a + b$
Merasionalkan penyebut pecahan yang terdiri dari satu suku	<p>Apabila a bilangan real tak nol, maka :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$; $a > 0$ ▪ $\frac{1}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a}$
Merasionalkan penyebut pecahan yang terdiri dari dua suku	<p>Jika a dan b bilangan real positif, maka :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$ ▪ $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$ ▪ $\frac{1}{a + \sqrt{b}} = \frac{1}{a + \sqrt{b}} \cdot \frac{a - \sqrt{b}}{a - \sqrt{b}} = \frac{a - \sqrt{b}}{a^2 - b}$ ▪ $\frac{1}{a - \sqrt{b}} = \frac{1}{a - \sqrt{b}} \cdot \frac{a + \sqrt{b}}{a + \sqrt{b}} = \frac{a + \sqrt{b}}{a^2 - b}$
Definisi logaritma	<p>Jika $a > 0, a \neq 1$, dan $b > 0$ maka</p> $a^x = b \Leftrightarrow x = {}^a \log b$ <p>a dinamakan bilangan pokok (basis), b numerus, dan x hasil logaritma</p>
Sifat operasi logaritma	<p>Jika a dan b dan c positif serta $a \neq 1$, maka :</p> ${}^a \log(bc) = {}^a \log b + {}^a \log c$ ${}^a \log \frac{b}{c} = {}^a \log b - {}^a \log c$
	<p>Jika $a > 0, a \neq 1, b > 0$, dan $b \neq 1$, maka :</p> ${}^a \log b = \frac{{}^x \log b}{{}^x \log a} = \frac{1}{{}^b \log a}, x > 0 \text{ dan } x \neq 1$
	<p>Jika $a > 0, a \neq 1, b > 0$, maka : $a^{{}^a \log b} = b$</p>

G. Soal-soal untuk Latihan

Terlampir pada lembar kerja peserta didik

BAB 4

LEMBAR KERJA SISTEM BILANGAN REAL

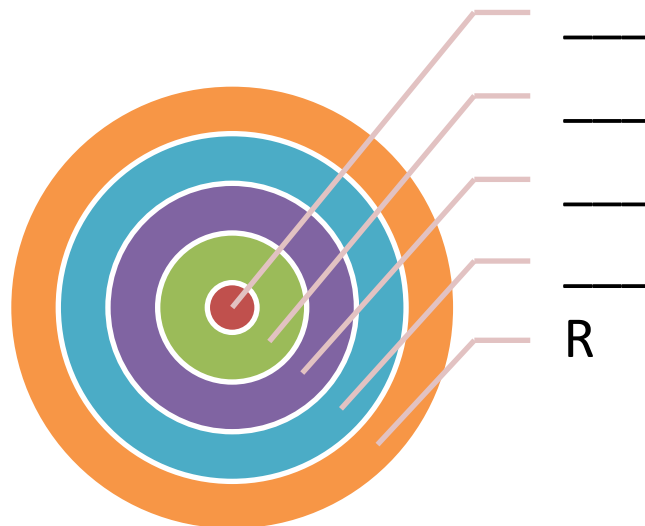
Ruang Lingkup Materi
<ul style="list-style-type: none">▪ Skema sistem bilangan real▪ Sifat-sifat operasi bilangan real▪ Substitusi bilangan▪ Aproksimasi bilangan▪ Representasi bilangan bentuk pangkat▪ Representasi bilangan bentuk akar▪ Representasi bilangan bentuk logaritma
Capaian Pembelajaran
<ul style="list-style-type: none">▪ Peserta didik dapat memberi ilustrasi skema bilangan real dan kegunaan pada setiap jenis bilangan dalam kegiatan pengolahan hasil pertanian.▪ Peserta didik dapat melakukan prosedur operasi bilangan dengan sifat-sifat operasi yang benar baik secara manual maupun dengan alat bantu (teknologi) untuk menunjang proses pengolahan hasil pertanian.▪ Peserta didik dapat menggunakan alat hitung serta dapat membaca hasilnya yang menunjang pengolahan hasil pertanian baik yang bersifat akurat maupun estimasi.
Petunjuk Kegiatan
<ul style="list-style-type: none">▪ Baca dan pahami setiap kalimat dalam lembar kerja.▪ Koneksikan setiap konteks masalah pada konsep matematika yang tepat.▪ Baca referensi (materi matematika) yang telah disediakan oleh guru dan informasi lainnya untuk memverifikasi bahwa konsep yang digunakan sudah tepat.▪ Gunakan alat hitung jika diperlukan.▪ Lakukan pemecahan masalah dengan prosedur matematika yang benar.▪ Perhatikan hasil yang diperoleh dan bandingkan hasilnya dengan masalah dalam konteks sehingga masuk akal.▪ Tulis proses pemecahan masalah untuk pelaporan.▪ Diskusikan dengan guru dan teman-teman untuk mengevaluasi proses dan hasil pemecahan masalah

A. Skema Sistem Bilangan Real

Masalah 1

Bilangan real (nyata) merupakan himpunan bilangan yang sering digunakan dalam bidang pertanian. Bilangan real dinotasikan dengan R . Bilangan real memiliki ruang lingkup yang luas yang mencakup bilangan-bilangan yang telah Anda kenal sebelumnya seperti bilangan asli, prima, dan sebagainya.

Gambar 4.1 menunjukkan skema bilangan dalam ruang lingkup bilangan real berdasarkan luasnya cakupan bilangan. Makin luar posisi lingkaran makin luas cakupan bilangan tersebut. Jika bilangan cacah dinotasikan dengan C, bilangan rasional dinotasikan dengan Q, bilangan asli dinotasikan dengan N, dan bilangan bulat dinotasikan dengan Z, tentukan posisi bilangan-bilangan tersebut pada skema berikut ini.



Gambar 4.1 Skema Bilangan

Penjelasan

Masalah 2

Seorang petani memanen buah kelapa untuk diolah menjadi beberapa olahan. Petani tersebut menghitung buah kelapa yang dipetikinya. Hasil perhitungan panen kelapa masuk pada kategori bilangan _____

Penjelasan

Kelapa tersebut kemudian diparut. Hasilnya parutan dimasukan ke dalam tiga wadah dengan ukuran yang berbeda dan diisi penuh. Wadah pertama untuk olahan galendo/minyak kelapa, wadah kedua untuk bahan serundeng, dan wadah ketiga untuk adonan ketan kukus kelapa parut. Masing-masing kelapa parut ditimbang dan diperoleh hasil seperti pada Tabel 4.1 berikut ini.

Tabel 4.1 Jenis Olahan dan Berat Kelapa Parut

Jenis Olahan	Berat Kelapa Parut
Galendo/minyak kelapa	53,71 kg
Serundeng	0,90 kg
Ketan Kukus Kelapa Parut	1,21 kg

Perhatikan bilangan-bilangan pada kolom berat kelapa parut. Bilangan tersebut masuk pada kategori bilangan _____

Penjelasan

B. Sifat Aljabar Bilangan Real

Masalah 3

Tabel 4.2 merinci bahan yang digunakan dalam resep olahan berbahan dasar pisang.

Tabel 4.2 Olahan dengan bahan dasar pisang

Jenis Olahan	Bahan	Proses Pembuatan
Bolu pisang panggang	<ul style="list-style-type: none">▪ Pisang yang sda masak 3 buah, lalu lumatkan pakai garpu▪ Mentega 150 gr dilelehkan dan dinginkan sampai suhu ruang▪ 5 butir telur▪ Gula pasir 150 gr (1 gelas belimbing) boleh dikurangi jg boleh▪ 1 sendok teh SP▪ Tepung terigu 200 gr (2 gelas belimbing)▪ 1 sendok teh baking powder▪ Sendok teh soda kue	<ul style="list-style-type: none">▪ <i>Mixer</i> telur, gula dan SP sampai putih berjejak.▪ Sambil <i>mixer</i> masukan perlahan-lahan pisang yang sudah di haluskan tadi sambil <i>mixer</i> pelan hingga semua tercampur rata dan matikan <i>mixer</i>.▪ Masukan tepung, <i>baking powder</i> dan soda kue ke dalam adonan dan bolak balik secara pelan sampai merata dan tercampur rata.▪ Setelah adonan tercampur rata, masukan margarin yang suda d cairan tadi., kemudian aduk sampai tercampur rata.▪ Tuang adonan ke dalam loyang yang sudah di oles margarin, dan siap di panggang sampai matang.
Bolu pisang Gula merah panggang	<ul style="list-style-type: none">▪ 350 gr gula merah▪ 300 gr terigu protein sedang▪ 200 gr mentega lelehkan▪ 1/2 sdt SP▪ 7 butir telur ukuran sedang▪ sejumput baking powder▪ 4 buah pisang matang▪ 50 ml minyak goreng	<ul style="list-style-type: none">▪ Panaskan <i>oven</i>, oles loyang pake mentega dan tepung▪ Lelehkan mentega, sisihkan▪ Haluskan pisang pakai garpu▪ Serut gula merah pake parutan keju▪ Kocok telur, gula, SP sampai kental berjejak kurang lebih 10 menit berkecepatan tinggi▪ Rendahkan kecepatan <i>mixer</i>. masukan tepung dan <i>baking powder</i> yang sudah diayak, kocok kecepatan rendah, lalu masukan pisang, kocok lagi sebentar.▪ Matikan <i>mixer</i>, lalu masukan mentega dan minyak aduk menggunakan spatula.▪ Jika sudah merata masukan kedalam loyang.▪ Panggang kurang lebih 45menit

Jenis Olahan	Bahan	Proses Pembuatan
		atau tes tusuk sampai matang pake api kecil. <ul style="list-style-type: none"> ▪ Angkat dan siap di sajikan.

Sumber:

https://cookpad.com/id/cari/olahan%20cake%20pisang%20panggang?event=search.typed_query

Perhatikan bilangan-bilangan pada Tabel 4.2 kolom bahan. Bilangan-bilangan tersebut masuk pada ruang lingkup bilangan real. Misalnya banyaknya mentega yang diperlukan bolu pisang panggang adalah 150 gr, sedangkan bolu pisang gula merah panggang 200 gr. Ibu Ani ingin membuat keduanya, maka banyaknya mentega yang diperlukan adalah $150 + 200$.

Apakah kita dapat menghitung banyaknya mentega yang diperlukan dengan penjumlahan $200 + 150$? Jelaskan dengan menyebutkan sifat aljabar yang mendukung jawaban Anda.

Penjelasan

Ibu Ani mendapat pesanan dari pelanggannya dan membuat masing-masing bolu pisang panggang dan bolu pisang gula merah panggang sebanyak 5 resep. Hitunglah banyaknya kebutuhan tepung terigu. Sebutkan sifat aljabar yang digunakan dalam melakukan operasi bilangan tersebut.

Penjelasan

Ibu Ani, biasa menyimpan bahan-bahan kue dalam lemari es bersuhu di bawah 5 derajat *celcius* ($^{\circ}C$). Suhu $0^{\circ}C$ disebut dengan titik beku. Sebelum digunakan, bahan-bahan tersebut dikeluarkan dari lemari es. Suhu awal mentega ketika dikeluarkan adalah $-5^{\circ}C$, kemudian dibiarkan dalam suhu ruang sehingga mencapai $5^{\circ}C$.

Jika kita meminjam bilangan -5 , 0 , dan 5 , kemudian melakukan operasi penjumlahan terhadap bilangan-bilangan tersebut maka diperoleh,

$$-5 + 5 = 5 + (-5) = 0$$

$$0 + 5 = 5 + 0 = 5$$

$$-5 + 0 = 0 + (-5) = -5$$

Jelaskan sifat-sifat aljabar tersebut.

Penjelasan

C. Substitusi dan Aproksimasi Bilangan

Masalah 4

50 gr gula pasir dicampurkan dengan air sehingga diperoleh 0,25 liter larutan. Hitunglah konsentrasi gula menggunakan rumus:

$$\% \text{ zat terlarut} = \frac{\text{masa zat terlarut}}{\text{masa larutan}} \times 100\%$$

Apakah hasil perhitungan merupakan nilai eksak atau aproksimasi?

Penyelesaian

Masalah 5

Seorang pengusaha kopi ingin melihat kelayakan usahanya menggunakan rumus *benefit cost ratio* (B/C rasio), yaitu:

$$B/C \text{ rasio} = \frac{B}{TC}$$

dengan

B = jumlah pendapatan

TC = total biaya produksi

B/C rasio > 1, usaha layak untuk dilanjutkan

B/C rasio <1, usaha tidak layak untuk dilanjutkan.

Total pendapatan perusahaan selama satu tahun sebesar Rp. 215.720.000,- dengan modal Rp. 135.275.000,-

- a) Hitunglah B/C rasio usaha kopi tersebut. Hasil perhitungan dibuat dalam tiga digit di belakang koma. Sebutkan teknik aproksimasi yang Anda gunakan.
- b) Apakah usaha kopi tersebut layak? Jelaskan

Penyelesaian

D. Bilangan Bentuk Pangkat

Masalah 6

Misalnya, kita memiliki gula sebanyak 1.000 kg, maka kita dapat menyatakan berat gula 1000 kg dalam satuan gram menjadi 1.000.000 g.

Penulisan bilangan 1.000.000 dapat disingkat dalam bentuk pangkat menjadi...

Penyelesaian:

Masalah 7

Seorang petani mendapatkan hasil panen mangga sebanyak 17 ton. Nyatakan berat pisang hasil panen tersebut dalam satuan gram dan nyatakan bilangan tersebut dalam bentuk notasi ilmiah.

Penyelesaian:

Masalah 8

Seorang petani mendapatkan hasil panen pisang sebanyak 10^7 kg. Berat pisang mengalami penyusutan 15% setelah 10 hari. Tentukan berat pisang setelah mengalami penyusutan.

Penyelesaian:

Masalah 9

Dalam satu hektar singkong terdapat 10.000 pohon singkong gajah. Rata-rata satu pohon singkong menghasilkan 20 kg. seorang petani memiliki lahan seluas 5 hektar. Jika budidaya singkong tersebut berjalan lancar, berapa ton singkong yang dihasilkan petani. Tulislah dalam bentuk notasi ilmiah.

Penyelesaian:

Masalah 10

Ibu melarutkan gula sebanyak seperempat kilogram pada 10^3 ml liter air. Tentukan konsentrasi larutan gula dalam % (g/ml).

Penyelesaian:

Masalah 11

Pada pembuatan sari buah, proses pemanasan dilakukan untuk menghindari adanya kontaminasi. Suhu pemanasan yang digunakan antara 65 – 80 derajat celsius selama 5 – 10 menit. Bu ani memutuskan menggunakan suhu 70 derajat Celsius. Waktu yang digunakan adalah pertengahan dari waktu yang disarankan.

- a. Tentukan lama waktu yang digunakan bu ani untuk melakukan pemanasan (dalam satuan jam).
- b. Representasikan bilangan (hasil bagian a) dalam bentuk pangkat.

Penyelesaian:

Masalah 12

Sederhanakan bentuk berikut ini.

1) $2^7 \times 2^4 \times \frac{1}{2^3}$

2) $\frac{5^8}{5^{10}}$

3) $(x^4 y^{\frac{2}{7}})^{-14}$, $x, y \in R^+$

Penyelesaian

E. Bilangan Bentuk Akar

Masalah 13

Sebuah bolu pisang seperti pada Gambar 4.2 akan dihias dengan coklat batang menyerupai huruf X. Jika permukaan bolu memiliki dimensi 20×8 cm. Tentukan panjang coklat yang dibutuhkan. Perhatikan hasil perhitungan Anda. Apakah bilangan tersebut dapat dikategorikan bilangan bentuk akar? Jelaskan.



Gambar 4.2 Bolu pisang

Penyelesaian

Masalah 14

Ubahlah bentuk akar berikut ke dalam bentuk desimal dengan tiga digit angka di belakang koma. (Gunakan kalkulator)

1) $\sqrt{7}$

2) $2\sqrt{23}$

3) $\sqrt[3]{12}$

Penyelesaian

Masalah 15

Sederhanakan

1) $\sqrt{112}$

2) $\sqrt[4]{25}$

Penyelesaian

Masalah 16

Hitunglah.

5) $2\sqrt{5} + \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$.

6) $\sqrt{125} - \sqrt{50} + 4\sqrt{5}$

7) $\frac{8\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}$.

Penyelesaian

Masalah 17

Rasionalkan penyebut pecahan berikut.

a. $\frac{1}{\sqrt{7}-3}$

b. $\frac{6+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Penyelesaian

F. Bilangan Bentuk Logaritma

Masalah 18

Ubahlah bentuk $\sqrt{625} = 25$ ke dalam bentuk logaritma.

Penyelesaian:

Masalah 19

Tentukan nilai x dari:

a. ${}^3\log x = 2$

b. ${}^x\log 16 = 4$

Penyelesaian:

Masalah 20

Tentukan nilai x berikut:

a. ${}^2\log x = 1$

b. ${}^3\log x = 1$

c. ${}^5\log x = 1$

d. $\log x = 1$

e. ${}^5\log 5^x = 2$

f. $\log x^3 = 3$

Apa yang dapat kalian simpulkan dari hasil yang diperoleh dari 1) sampai 4)?

Apa yang dapat kalian simpulkan dari hasil yang diperoleh dari 5) sampai 6)?

Penyelesaian:

Masalah 21

1. Nyatakan bentuk-bentuk berikut dengan logaritma tunggal.
 - a. ${}^5\log x + 7 {}^5\log y$
 - b. ${}^3\log 28 - {}^3\log 4$
2. Jika ${}^9\log 2 = p$, maka nyatakan ${}^4\log 3$ dalam p .

Penyelesaian:

Masalah 22

Derajat keasaman suatu larutan (pH) bergantung pada konsentrasi H^+ dalam larutan. Nilai pH larutan dapat dihitung dengan menggunakan rumus:

$$pH = -\log[H^+].$$

Suatu larutan memiliki konsentrasi ion H^+ sebesar $7 \cdot 10^{-5}$. Tentukan nilai pH larutan tersebut.

Penyelesaian

BAB 5

LAPORAN PROJEK PENGUATAN PROFIL PEMUDA PANCASILA

Nama Kegiatan :
Nama Kelompok :
Nama Ketua & Anggota :
Kelompok :

Nama UMKM :
Alamat UMKM :
Jenis Komoditas Hasil :
Pertanian :
Alat Produksi :
Bahan Utama Produksi :
Bahan Tambahan :
Persentase bahan
tambahan terhadap
bahan utama :
Deskripsi tahapan :
produksi :

Deskripsi matematika :
yang digunakan selama
produksi :

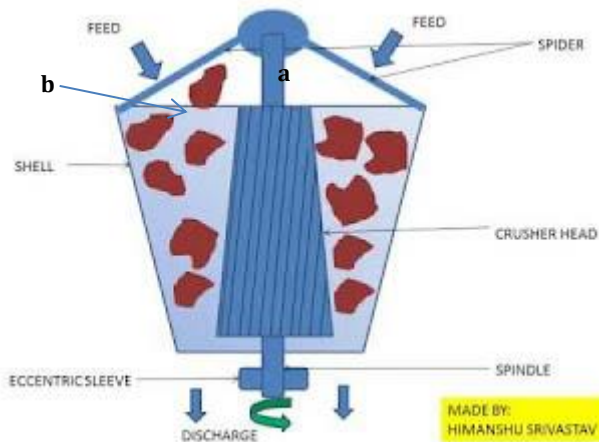
Kesimpulan :

BAB 6

PENILAIAN PEMBELAJARAN

A. Tes Awal dan Akhir

- 1) Hitunglah:
 - a. $-4 - (-2) + (-10)$
 - b. $2(-10) + 5$
 - c. $-2 + 10 \cdot \frac{3}{5} - 18$
 - d. $\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2}$
 - e. $0,04 \cdot 3\% \cdot 20000 \cdot \frac{4}{5}$
 - f. 2^5
 - g. $\sqrt{225}$
 - h. $\sqrt{7}$
 - i. $\log 10$
 - j. $\log_2 64$
- 2) Sebutkan unsur identitas dari:
 - a. Bilangan real terhadap operasi penjumlahan
 - b. Bilangan real terhadap operasi perkalian
- 3) Budi memiliki gula sebanyak 1.0000 kilogram, Tulislah masa gula tersebut dalam bentuk pangkat dalam satuan gram.
- 4) Seseorang akan melakukan pengolahan sari buah. Dalam resep disebutkan bahwa konsentrasi gula berkisar antara 10 - 14 %. Jika orang tersebut memiliki gula seberat 2 kg dan menginginkan konsentrasi sari buah adalah 13%, maka
 - a. Tentukan larutan gula yang dihasilkan (dalam satuan ml).
 - b. Representasikan hasil bagian a dalam bentuk pangkat.
- 5) Perhatikan Gambar 6.1. Gyrotori Crusher digunakan untuk menghancurkan zat padat (bahan hasil pertanian), dengan kecepatan rendah. Jika panjang a adalah 10 satuan dan b adalah 25 satuan, maka hitunglah panjang **feed**. Apakah hasil perhitungan Anda merupakan bilangan dalam bentuk akar? Jelaskan.



Gambar 6. 1 Gyratori Crusher (<https://www.elinotes.com/2019/04/jenis-dan-fungsi-alat-pengcilian-ukuran.html>)

- 6) Derajat keasaman zat (pH) merupakan ukuran (derajat) keasaman dan kebasaan suatu zat yang berhubungan dengan banyaknya ion dalam bentuk larutan. Ion H^+ untuk senyawa asam dan ion OH^- untuk senyawa basa. Suatu zat dikatakan asam jika $1 \leq pH < 7$, zat dikatakan basa jika $7 < pH \leq 14$, dan zat dikatakan netral jika nilai $pH=7$. Nilai pH dapat dihitung menggunakan rumus:

$$pH = -\log M_H \quad \text{untuk asam}$$

$$pH = 14 - pOH \quad \text{atau} \quad pH = 14 + \log M_H \quad \text{untuk basa.}$$

dengan M_H adalah konsentrasi ion H^+ dan pOH adalah konsentrasi ion OH^- .

Suatu larutan mengandung $0,00001 M$ ion H^+ , hitunglah pH larutan tersebut.

B. Penilaian Kemampuan Matematis

Tujuan Penilaian					
Mengetahui kemampuan koneksi dan penalaran matematis serta <i>number sense</i> peserta didik dalam menyelesaikan masalah konteks pengolahan hasil pertanian					
Teknis Penilaian					
Guru mengobservasi proses penyelesaian masalah dan menganalisis jawaban peserta didik					
Indikator Kemampuan Koneksi Matematis		Indikator Kemampuan Penalaran Matematis		Indikator Kemampuan <i>Number Sense</i>	
A1	Mampu merepresentasikan bahasa/kalimat yang terdapat pada konteks tugas ke dalam suatu simbol atau model	B1	Mampu menciptakan cara penyelesaian berdasarkan pengalaman yang diperoleh sebelumnya.	C1	Mampu mensubstitusikan bilangan sesuai konteks masalah.

	matematika.				
A2	Mampu menghubungkan konsep-konsep matematika untuk mendukung penyelesaian tugas.	B2	Mampu membuat argumen dan verifikasi tentang pemilihan strategi penyelesaian.	C2	Mampu merepresentasikan bilangan yang sesuai dengan konteks.
A3	Mampu menunjukkan tahapan dan hubungan prosedur matematis sehingga diperoleh jawaban yang masuk akal.	B3	Mampu membuat argumen berdasarkan sifat matematika yang bersesuaian dengan konteks masalah	C3	Mampu menentukan teknik aproksimasi yang tepat sesuai konteks.

LEMBAR OBSERVASI DAN ANALISIS JAWABAN PESERTA DIDIK												
*Beri tanda \checkmark sebagai pernyataan bahwa peserta didik memenuhi indikator kemampuan matematis.												
NO	NAMA	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3	DESKRIPSI	

C. Penilaian Projek Penguatan Profil Pemuda Pancasila

LEMBAR PENILAIAN LAPORAN PROJEK PENGUATAN PROFIL PEMUDA PANCASILA			
Petunjuk: Deskripsikan dan berilah skor kemampuan peserta didik (per kelompok) sesuai dengan indikator.			
Nama Kelompok:			
Indikator	Deskripsi hasil	Skor Maksimal	Skor Perolehan
Mampu mengeksplorasi kuantitas alat dan bahan yang digunakan dalam produksi.		20	
Mampu menjelaskan tahapan produksi		20	
Mampu menghitung persentase bahan tambahan yang digunakan dalam produksi.		25	
Mampu mengidentifikasi konsep matematika yang digunakan dalam proses produksi.		35	
			Nilai

REFERENSI

- Fatimah, A. T., and Sufyani Prabawanto. 2020. "Mathematical Understanding and Reasoning of Vocational School Students in Agriculture-Based Mathematical Tasks." *Journal for the Education of Gifted Young Scientists* 8(2):701–12. doi: 10.17478/JEGYS.702884.
- Fatimah, A. T., S. A. Pramuditya, and W. Wahyudin. 2019. "Imitative and Creative Reasoning for Mathematical Problem Solving (in Context Horticultural Agribusiness)." *Journal of Physics: Conference Series* 1157(4). doi: 10.1088/1742-6596/1157/4/042092.
- Fatimah, A. T., and S. Solihah. 2020. "Matematika Pada Mata Pelajaran Produksi Pengolahan Hasil Pertanian." *Umlahku Jurnal Matematika Ilmiah* 6(2):176–87.
- Fatimah, A. T., and Wahyudin Wahyudin. 2020. "Number Sense Siswa Smk Pada Tugas Matematis Berbasis Pertanian." *Teorema: Teori Dan Riset Matematika* 5(2):133. doi: 10.25157/teorema.v5i2.3322.
- Fatimah, Ai Tusi. 2021. "Koneksi Matematis Siswa Pada Tugas Matematis Berbasis Hasil Pertanian: Konteks, Konsep, Dan Prosedur Matematis." *Jurnal Elemen* 7(2):295–309. doi: 10.29408/jel.v7i2.3176.
- Fatimah, Ai Tusi. 2022. *Matematika Kejuruan Menuju Merdeka Belajar*. Yogyakarta: Deepublish.
- Fatimah, Ai Tusi, Agus Yuniawan Isyanto, and Toto. 2022a. *Konteks Dan Konten Matematika Di SMK / MAK Agribisnis Dan Agriteknologi Konteks Dan*. Tasikmalaya: PRCI.
- Fatimah, Ai Tusi, Agus Yuniawan Isyanto, and Toto. 2022b. "Perencanaan Pembelajaran Matematika Di SMK Agribisnis & Agriteknologi." 1–10.
- Fatimah, Ai Tusi, and Sri Solihah. 2021. "Desain Bahan Ajar Berbasis Agribisnis Pengolahan Hasil Pertanian." *Teorema: Teori Dan Riset Matematika* 6(1):25. doi: 10.25157/teorema.v6i1.4487.
- Johnson, Heather Lynn, Alf Coles, and David Clarke. 2017. "Mathematical Tasks and the Student: Navigating 'Tensions of Intentions' between Designers, Teachers, and Students." *ZDM - Mathematics Education* 49(6):813–22. doi: 10.1007/s11858-017-0894-0.
- Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi. 2021. *Keputusan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset Dan Teknologi Republik Indonesia Nomor 165 Tahun 2021 Tentang Program SMK Pusat Keunggulan*. Jakarta.
- Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi. 2022a. *Peraturan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi Republik Indonesia Nomor 5 Tahun 2022 Tentang Standar Kompetensi Lulusan Pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar, Dan Jenjang Pendidikan Menengah*. Jakarta.
- Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi. 2022b. *Peraturan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi Republik Indonesia Nomor 7 Tahun 2022 Tentang Standar Isi Pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang*

- Pendidikan Dasar, Dan Jenjang Pendidikan Menengah*. Jakarta.
- Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset dan Teknologi. 2022c. *Peraturan Menteri Pendidikan Kebudayaan Riset Dan Teknologi Nomor 16 Tahun 2022 Tentang Standar Proses Pada Pendidikan Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar Dan Jenjang Pendidikan Menengah*. Indonesia.
- National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. USA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Republik Indonesia. 2012. *Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 18 Tahun 2012 Tentang Pangan*. Jakarta, Indonesia.
- Rezat, Sebastian, and Rudolf Sträßer. 2012. "From the Didactical Triangle to the Socio-Didactical Tetrahedron: Artifacts as Fundamental Constituents of the Didactical Situation." *ZDM - International Journal on Mathematics Education* 44(5):641–51. doi: 10.1007/s11858-012-0448-4.
- Yeo, Joseph B. W. 2017. "Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks." *International Journal of Science and Mathematics Education* 15(1):175–91. doi: 10.1007/s10763-015-9675-9.

Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
Pondok Karisma Residence
Jalan Raflesia VI D.151
Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya - 085223186009
<http://rcipress.rcipublisher.org/>

