

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian

4.1.1 Deskripsi Pelaksanaan Penelitian

Pada tahapan ini, peneliti akan mendeskripsikan hasil penelitian yang telah dilakukan dimulai dari observasi atau pra-penelitian pada bulan April 2026, hingga pelaksanaan penelitian yang dilaksanakan pada bulan Mei 2026. Penelitian dilaksanakan pada Semester Genap Tahun Akademik 2025/2026. Bertempat di MAS Sabilil Muttaqien dengan peserta didik kelas 11C (Sebelas C) yang berjumlah 29 orang, dan pengambilan 6 siswa yang akan diklasifikasikan untuk menjadi subjek penelitian dalam tingkatan tinggi, sedang dan rendah mengenai analisis hambatan siswa menggunakan kemampuan representasi matematis siswa pada materi matriks.

Sebelum melakukan penelitian, peneliti melakukan validasi soal tes dan pedoman wawancara melalui *Expert Judgement*. Sebagaimana yang telah ditetapkan peneliti melakukan validasi soal tes dan pedoman wawancara kepada validator yang ahli dibidangnya. Setelah instrumen penelitian dikatakan valid oleh validator, peneliti melakukan penelitian terhadap siswa kelas 11 dengan memberikan tes soal terlebih dahulu kemudian memilih 6 siswa yang akan diwawancara. Tes dilakukan secara luring pada jam kegiatan pembelajaran yang telah diberikan oleh guru pengampu yaitu ibu Melina Novitiana, S.Pd., tes dilakukan dengan cara memberikan soal yang sudah valid kepada siswa kelas 11C, setelah siswa mengerjakan soal tes lalu dikumpulkan, kemudian peneliti memeriksa hasil kerja siswa dan memilih 6 siswa yang menjadi subjek penelitian, dilanjutkan dengan melakukan wawancara terhadap subjek guna mendapatkan data yang lebih mendalam terkait analisis hambatan siswa menggunakan kemampuan representasi matematis siswa pada materi matriks. Berikut daftar subjek penelitian yang melakukan tes dan wawancara, dengan menuliskan nama siswa dalam bentuk kode dan inisial guna menjaga privasi siswa tersebut.

Tabel 4. 1 Daftar Subjek Penelitian

No.	Kode Siswa	Skor	Nilai	Tingkat Kemampuan Representasi Matematis
1.	S1	11	91,67	Tinggi
2.	S2	10	83,33	Tinggi
3.	S3	9	75,00	Sedang
4.	S4	8	66,67	Sedang
5.	S5	3	25,00	Rendah
6.	S6	3	25,00	Rendah

4.1.2 Analisis Data

4.1.2.1 Hasil Tes dan Wawancara

a. Analisis hasil lembar kerja siswa

Berikut merupakan analisis lembar jawaban subjek penelitian, serta petikan hasil wawancara terkait kemampuan komunikasi matematis siswa pada soal cerita materi bangun datar.

Soal Nomor 1

Seorang pengusaha katering mendapatkan pesanan dua jenis paket nasi box.

- Paket A: 3 porsi ayam goreng dan 2 porsi rendang dengan harga total Rp115.000,00.
- Paket B: 2 porsi ayam goreng dan 4 porsi rendang dengan harga total Rp130.000,00.

Buatlah model matematika dari masalah di atas ke dalam bentuk persamaan

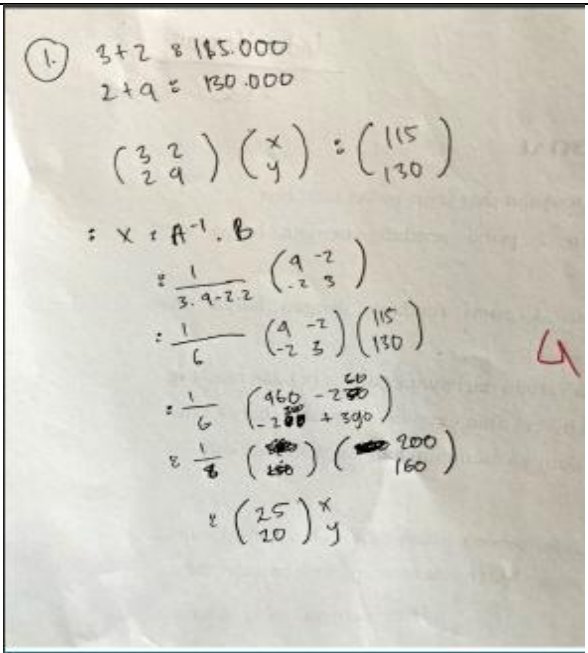
matriks: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$.

1) Subjek 1 (Tinggi)

Berdasarkan lembar jawaban pada tabel 4.2, S1 dapat menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis untuk menyelesaikan masalah sistem persamaan linear dua variabel menggunakan matriks dengan cukup baik, meskipun terdapat sedikit kekeliruan penulisan di awal. S1 menuliskan bentuk persamaan linear singkat tanpa variabel pada baris pertama, namun langsung mampu mengubah ekspresi tersebut ke dalam bentuk representasi

persamaan matriks $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 115 \\ 130 \end{pmatrix}$ secara tepat (walaupun pada matriks hasil, S1 meringkas penulisan nilai ribuan). S1 juga menguasai rumus operasi matriks dengan menuliskan formula ekspresi $X = A^{-1} \cdot B$. Pada pencarian determinan matriks koefisien, S1 sempat salah menuliskan angka penyusun determinan menjadi $3 \cdot 9 - 2 \cdot 2$ sehingga menghasilkan nilai per 6, namun S1 segera menyadari kekeliruan operasi tersebut, mencoretnya, dan memperbaikinya menjadi determinan yang benar yaitu 8 ($3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 8$). S1 mampu menjabarkan ekspresi perkalian antarmatriks serta penjumlahan elemen-elemennya dengan runtut hingga diperoleh hasil akhir bentuk matriks variabel $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 20 \end{pmatrix}$ secara benar dan tepat.

Tabel 4. 2 Hasil Tes S1 Soal Nomor 1

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis	

Pada saat wawancara, S1 dapat menyebutkan model matematika dari soal cerita yang diberikan, S1 mampu mengidentifikasi variabel yang dimaksud dalam soal, serta menjelaskan prosedur penyelesaian masalah yang dipilih yaitu menggunakan metode invers. Berikut adalah hasil petikan wawancara S1 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Apa sih yang terlintas dalam pikiran kamu saat mengubah kalimat atau soal cerita ini ke bentuk matematika?
- S1 : Iya, tinggal diubah aja mengikuti rumusnya. Kan di sini misalkan ada Paket A: 3 porsi ayam goreng dan 2 porsi rendang, terus ini ada harganya. Nah, kalau yang dipelajari kan ini termasuk ke... matriks yang dalam kehidupan sehari-hari, jadi tinggal dimasukin ke rumusnya aja, berarti kan 3 porsi ayam, ayam goreng kan berarti X . Terus 2 porsi rendang berarti rendangnya ini Y , berarti $3X + Y = \text{harganya } 115$.
- Peneliti : Mengapa kamu memilih prosedur invers atau Cramer? Dan apakah kamu yakin hasil hitungmu sudah benar dari harga satuan per porsinya?
- S1 : Iya, udah. Cara invers lebih mudah untuk dipahami dan dikerjakan.

Hasil jawaban pengerjaan soal dan hasil wawancara S1 menunjukkan adanya konsistensi yang kuat antara pemahaman konseptual tertulis dan penjelasan verbal, di mana kemampuan S1 dalam memodelkan soal cerita ke bentuk matriks serta melakukan koreksi mandiri pada perhitungan determinan didukung oleh keyakinan diri dan pemahaman prosedur yang diungkapkan secara lisan. Berdasarkan hal tersebut, wawancara pasca-analisis lembar jawaban terbukti sangat berguna sebagai proses triangulasi data untuk memvalidasi proses berpikir siswa, membedakan antara miskonsepsi murni dengan kesalahan tulis sederhana (*slip of the pen*), serta menggali alasan metakognitif di balik pemilihan strategi penyelesaian matematika yang digunakan.

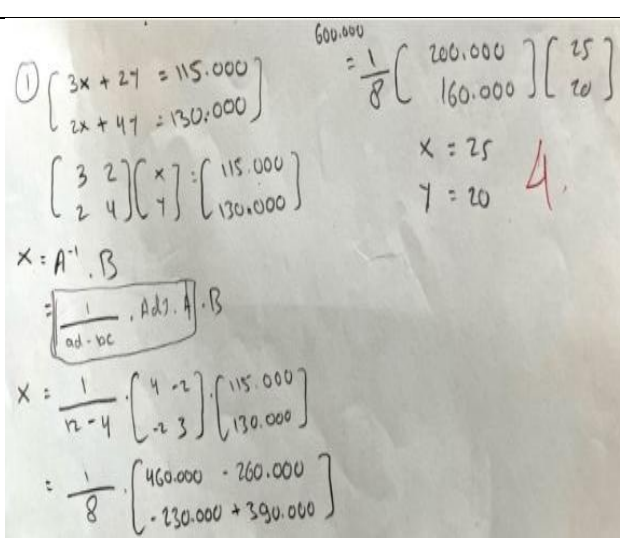
2) Subjek 2 (Tinggi)

S2 dapat menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis untuk menyelesaikan masalah sistem persamaan linear dua variabel dengan sangat runtut dan tepat. S2 memulai dengan menuliskan bentuk Sistem Persamaan Linear (SPL) secara lengkap menggunakan variabel x dan y yaitu $3x + 2y = 115.000$ dan $2x + 4y = 130.000$, lalu mengubah ekspresi tersebut

ke dalam bentuk persamaan matriks $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 115.000 \\ 130.000 \end{pmatrix}$ secara benar beserta nilai nominalnya yang utuh.

S2 juga menunjukkan pemahaman yang matang terhadap formula matematis dengan menuliskan ekspresi umum invers matriks $X = A^{-1} \cdot B = \left(\frac{1}{ad-bc} \cdot \text{Adj } A \right) \cdot B$ di dalam kotak khusus. S2 mampu menjabarkan substitusi angka ke dalam ekspresi determinan dengan benar yaitu $12 - 4 = 8$, menyusun matriks Adjoint secara tepat, serta mengalikan elemen-elemen matriks tersebut secara detail hingga menghasilkan nilai $\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 200.000 \\ 160.000 \end{pmatrix}$. Hasil akhir persamaan tersebut diselesaikan dengan menuliskan nilai variabel secara terpisah yaitu $x = 25$ (maksudnya 25.000) dan $y = 20$ (maksudnya 20.000) dengan tepat, meskipun S2 tidak menuliskan satuan mata uang rupiah secara eksplisit pada hasil akhirnya.

Tabel 4. 3 Hasil Tes S2 Soal Nomor 1

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis	

Pada saat wawancara, S2 dapat mengidentifikasi variabel dari soal cerita yang diberikan dan mengubahnya ke dalam bentuk matriks berdasarkan pemahaman yang diperoleh dari pembelajaran di kelas. Selain itu, S2 mampu menjelaskan alasan pemilihan metode penyelesaian yang digunakan. Berikut hasil petikan wawancara S2 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Untuk no 1, apa sih yang terlintas dalam pikiran kamu saat melihat soal cerita ini dan diminta untuk mengubah ke dalam bentuk matriks.
- S2 : Jadi karena sudah pernah diajarkan oleh guru mapelnya, kalaudilihat dari soal misalkan objeknya sama berarti ini variabel X . Terus ini yang ini sama juga, berarti Y .
- Peneliti : Kenapa kamu pilih cara invers? Kenapa enggak *Cramer* aja saat mau mengerjakan soal nomor satu ini?
- S2 : Soalnya kayak... mudahan ini karena sudah pernah diajarkan oleh guru.

Hasil jawaban siswa dan hasil wawancara Subjek 2 (S2) menunjukkan adanya konsistensi yang sangat tinggi antara kerapian prosedural tertulis dengan penjelasan konseptual secara verbal, di mana kemampuan S2 dalam menyusun jawaban secara lengkap, menuliskan rumus invers matriks, serta menghitung nilai variabel dengan runtut didasari oleh pemahaman yang bersumber dari pengalaman belajar di kelas. Berdasarkan transkrip wawancara, S2 mampu mengonfirmasi proses pemodelan objek menjadi variabel x dan y serta menjelaskan alasan pemilihan metode invers karena dianggap lebih mudah berdasarkan materi yang telah diajarkan, sehingga wawancara pasca-tes ini berfungsi secara efektif untuk memvalidasi bahwa penguasaan langkah-langkah matematis yang sistematis pada lembar jawaban bukan sekadar hafalan, melainkan didukung oleh pemahaman bermakna terhadap prosedur yang dipilih.

3) Subjek 3 (Sedang)

S3 dapat menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis untuk menyelesaikan masalah sistem persamaan linear dua variabel dengan sangat baik dan terstruktur. S3 mengawali pengerjaan dengan menuliskan bentuk Sistem Persamaan Linear (SPL) secara lengkap menggunakan variabel x dan y disertai format desimal nominal uang yang jelas, lalu mentransformasikannya ke dalam ekspresi persamaan matriks $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 115 \\ 130 \end{pmatrix}$ secara tepat (meskipun nilai ribuan pada matriks hasil diringkaskan).

S3 juga menunjukkan penguasaan formula matematika yang matang dengan mencantumkan rumus operasi invers matriks secara runtut, mulai dari $X = A^{-1} \cdot B$ hingga menjabarkannya menjadi $= \frac{1}{ad-bc} \cdot Adj A \cdot B$. Proses substitusi angka ke dalam ekspresi determinan dilakukan dengan benar yaitu $\frac{1}{12-4} = \frac{1}{8}$. S3 mampu melakukan operasi perkalian antarmatriks beserta penjumlahan elemen di dalamnya secara mendetail hingga menghasilkan nilai $\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 200 \\ 160 \end{pmatrix}$ dan memperoleh hasil akhir $\begin{pmatrix} 25 \\ 20 \end{pmatrix}$. Hasil tersebut kemudian dipertegas dengan menuliskan nilai variabel secara terpisah yaitu $x = 25$ dan $y = 20$ dengan tepat, walaupun S3 tidak menuliskan teks kesimpulan akhir berupa arti dari variabel tersebut.

Tabel 4. 4 Hasil Tes S3 Soal Nomor 1

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis	Handwritten solution showing the conversion of a system of linear equations into matrix form and solving it using the inverse of the coefficient matrix. 1. $3x + 2y = 115.000,00$ $2x + 4y = 130.000,00$ Jawab: $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 115 \\ 130 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1} \cdot B$ $= \frac{1}{ad-bc} \cdot Adj A \cdot B$ $X = \frac{1}{12-4} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 115 \\ 130 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{8} \cdot \begin{bmatrix} 4(160) - 2(260) \\ -2(340) + 3(260) \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{8} \cdot \begin{bmatrix} 200 \\ 160 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 25 \\ 20 \end{bmatrix}$ $x = 25$ $y = 20$

Pada saat wawancara, S3 dapat menjelaskan langkah awal dalam mengubah soal cerita ke bentuk matriks dengan menentukan variabel untuk setiap objek yang ada. S3 juga memberikan alasan mengenai pemilihan metode penyelesaian yang dirasa lebih mudah untuk dikerjakan. Berikut hasil petikan wawancara S3 berdasarkan pernyataan tersebut:

Peneliti : Mau ditanya untuk yang nomor satu, ya. Pertanyaannya, apa sih yang terlintas dalam pikiran kamu dari soal cerita satu ini diubah menjadi ke bentuk matriks.

S3 : di rumusnya mengubah dulu objek menjadi variabel.

Peneliti : Oke, kenapa kamu pilih cara invers? Kenapa enggak *Cramer* aja pada waktu mengerjakan soalnya.

S3 : Lebih mudah dan paham juga menghitung menggunakan invers.

Hasil jawaban pengerjaan soal dan wawancara Subjek 3 (S3) menunjukkan bahwa cara kerja tertulis yang sangat rapi dan terstruktur sejalan dengan penjelasan lisan yang diberikan. S3 bisa menjelaskan dengan baik cara mengubah soal cerita menjadi variabel rumus matriks serta memiliki alasan yang jelas mengapa memilih metode invers karena dianggap lebih mudah dipahami perhitungannya, sehingga wawancara ini berhasil membuktikan bahwa langkah-langkah matematika yang dikerjakan S3 memang benar-benar dipahami dengan matang meskipun ia tidak menuliskan kesimpulan akhir berupa arti variabel di lembar jawabannya.

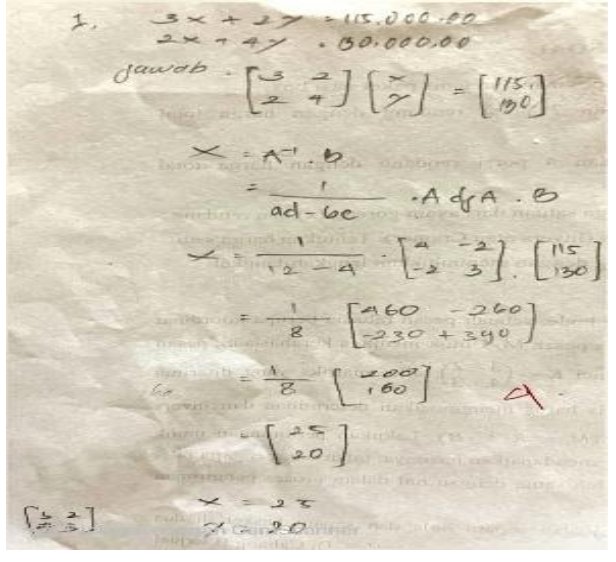
4) Subjek 4 (Sedang)

S4 dapat menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis untuk menyelesaikan masalah sistem persamaan linear dua variabel dengan sangat runtut dan tepat. S5 mengawali pengerjaan dengan menuliskan bentuk Sistem Persamaan Linear (SPL) secara lengkap menggunakan variabel x dan y disertai format desimal nominal uang yang jelas, lalu mengubah ekspresi tersebut ke dalam bentuk representasi persamaan matriks $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 115 \\ 130 \end{pmatrix}$ secara tepat (walaupun nilai ribuan pada matriks hasil diringkas).

S5 juga menunjukkan penguasaan formula matematika yang matang dengan mencantumkan rumus operasi invers matriks secara runtut, mulai dari $X = A^{-1} \cdot b$ hingga menjabarkannya menjadi $= \frac{1}{ad-bc} \cdot AdjA \cdot B$. Proses substitusi angka ke dalam ekspresi determinan dilakukan dengan benar hingga diperoleh nilai penyebut pecahan $\frac{1}{12-4} = \frac{1}{8}$. S5 mampu menjabarkan operasi perkalian antarmatriks beserta penjumlahan elemen-elemen di dalamnya secara mendetail hingga menghasilkan nilai $\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 200 \\ 160 \end{pmatrix}$, yang kemudian diselesaikan menjadi matriks hasil akhir $\begin{pmatrix} 25 \\ 20 \end{pmatrix}$. Terakhir, S5 menegaskan hasil akhir persamaan tersebut dengan menuliskan nilai variabel

secara terpisah yaitu $x = 25$ dan $y = 20$ secara tepat, meskipun tidak menyertakan teks kesimpulan tertulis.

Tabel 4. 5 Hasil Tes S4 Soal Nomor 1

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis	 Handwritten mathematical solution for a system of linear equations using matrix inversion. The equations are $3x + 2y = 115,000.00$ and $2x + 4y = 30,000.00$. The solution shows the conversion to matrix form $AX=B$, calculation of the inverse of A, and the final solution $x=25$ and $y=20$.

Pada saat wawancara, S4 dapat menjelaskan bahwa pemilihan cara dalam menjawab soal didasarkan pada pengalaman belajar yang diberikan oleh guru di kelas, yakni dengan memodelkan soal cerita ke dalam bentuk matematika. Selain itu, S4 mengungkapkan preferensinya dalam menggunakan metode invers karena dirasa lebih mudah untuk dikerjakan. Berikut hasil petikan wawancara S4 berdasarkan pernyataan tersebut:

Peneliti : Oke. Nah, pas lihat soal nomor satu nih, apa sih yang terlintas di kepala Ida untuk menjawab soal itu?

S4 : Soalnya sesuai dengan yang pernah diajarkan oleh guru.

Peneliti : Emang guru-gurunya tuh mencontohkannya dari soal cerita?

S4 : Iya, dari beli buku... kayak beli buku, pulpen, sama pensil, terus diubah kebentuk matriks, jadi aku jawabnya kayak gitu.

Peneliti : Oh, sama berarti ya kayak yang Ibu Mel ajarin. Nah, kenapa Ida lebih memilih cara invers nih, kenapa tidak *Cramer* aja gitu?

S4 : Eee...

Peneliti : Kenapa gitu? Apakah invers lebih mudah?

S4 : Iya

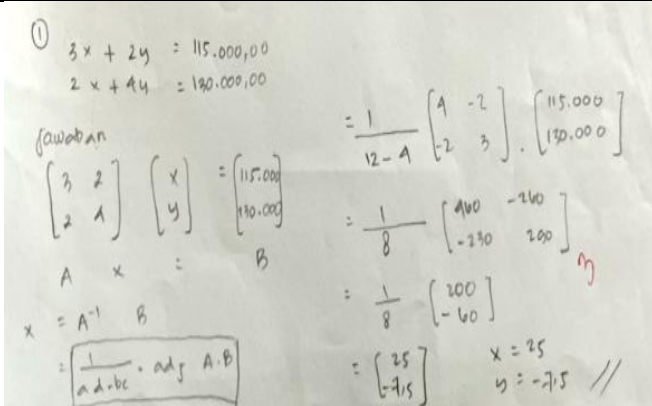
Hasil jawaban siswa dan wawancara Subjek 4 (S4) menunjukkan bahwa langkah-langkah pengerjaan tertulis yang sangat runtut dan tepat sejalan dengan penjelasan lisan yang diberikan. S4 mampu menceritakan kembali proses pengubahan soal cerita ke bentuk matriks yang mengacu pada pengalaman belajar dari gurunya, serta memiliki alasan yang mantap dalam memilih metode invers karena dirasa lebih mudah, sehingga wawancara ini memperkuat bukti bahwa kemampuan S4 dalam menyelesaikan sistem persamaan linear dengan matriks didasari oleh pemahaman konsep dan penerapan prosedur yang baik.

5) Subjek 5 (Rendah)

S5 dapat menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis untuk memodelkan masalah sistem persamaan linear dua variabel dengan runtut, meskipun terdapat kekeliruan pada hasil akhir operasi perkalian matriks. S5 mengawali pengerjaan dengan menuliskan bentuk Sistem Persamaan Linear (SPL) secara lengkap menggunakan variabel x dan y disertai format desimal nominal uang, lalu mentransformasikannya ke dalam ekspresi persamaan matriks $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 115.000 \\ 130.000 \end{pmatrix}$ secara tepat serta memberikan label matriks A, X , dan B .

S5 juga menunjukkan penguasaan formula matematika dengan mencantumkan rumus operasi invers matriks secara runtut di dalam kotak, mulai dari $X = A^{-1} \cdot B$ hingga menjabarkannya menjadi $= \frac{1}{ad-bc} \cdot Adj A \cdot B$. Proses substitusi angka ke dalam ekspresi determinan dilakukan dengan benar yaitu $\frac{1}{12-4} = \frac{1}{8}$. S4 mampu menuliskan langkah perkalian antarmatriks, namun melakukan kekeliruan perhitungan pada baris kedua matriks hasil $((-2 \times 115) + (3 \times 130) = -230 + 390 = 160)$, di mana S4 salah menuliskan angka 390 menjadi 290, sehingga menghasilkan ekspresi penjumlahan $-230 + 290 = 60$. Kekeliruan operasi hitung ini menyebabkan hasil akhir representasi variabel bernilai negatif yang tidak tepat, yaitu $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ -7,5 \end{pmatrix}$ atau $x =$ dan $y = -7,5$.

Tabel 4. 6 Hasil Tes S5 Soal Nomor 1

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis	 $\begin{cases} 3x + 2y = 115.000,00 \\ 2x + 4y = 180.000,00 \end{cases}$ $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 115.000 \\ 180.000 \end{bmatrix}$ $A \cdot X = B$ $X = A^{-1} \cdot B$ $= \frac{1}{ad-bc} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \cdot A \cdot B$ $= \frac{1}{12-4} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 115.000 \\ 180.000 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 460 & -240 \\ -220 & 200 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 220 \\ -60 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 27,5 \\ -7,5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x = 27,5 \\ y = -7,5 \end{matrix} //$

Pada saat wawancara, S5 dapat menjelaskan bahwa langkah pengerjaan soal dilakukan dengan menerapkan rumus dan menempatkan nilai ke dalam matriks sesuai dengan prosedur yang telah dipelajari. Selain itu, S5 juga mengungkapkan bahwa metode invers dipilih karena dirasa lebih mudah dipahami dibandingkan metode lainnya. Berikut hasil petikan wawancara S5 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Nabila, di nomor satu coba dilihat. Nah, pas kamu lihat soal itu, apa yang terpikirkan di dalam pikiran kamu? Gimana sih cara mengerjakan soal itu?
- S5 : Mmm... kan ada rumusnya. Langsung kayak yang... yang A itu disimpan di tempatnya masing-masing, terus habis itu tinggal cara pengerjaannya seperti yang diajarin gitu.
- Peneliti : Oke. Terus, kenapa kamu lebih memilih cara invers daripada *Cramer*?
- S5 : Soalnya lebih ngerti invers. Lebih paham.

Hasil jawaban pengerjaan soal dan wawancara Subjek 5 (S5) menunjukkan adanya kesesuaian antara pemahaman konsep dasar dengan penjelasan lisan, meskipun terdapat kesalahan kecil pada proses hitung akhir. S5 mampu menjelaskan secara lisan bagaimana cara memasukkan angka ke dalam rumus matriks dan memilih metode invers karena merasa lebih paham, yang sejalan

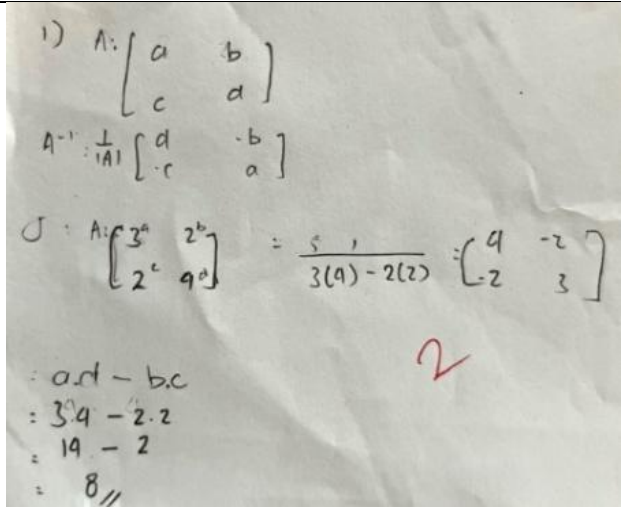
dengan kemampuannya menuliskan rumus serta memodelkan soal dengan runtut di lembar jawaban. Wawancara ini membantu memperjelas bahwa meskipun S5 sempat keliru dalam menghitung perkalian matriks yang berujung pada hasil akhir negatif, secara konsep dan prosedur ia sebenarnya sudah memahami langkah-langkah pengerjaannya sesuai dengan apa yang diajarkan di kelas.

6) Subjek 6 (Rendah)

S6 mencoba menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis untuk menyelesaikan operasi matriks, namun langkah pemodelan dan perhitungannya belum selesai secara tuntas serta memuat beberapa kekeliruan ekspresi. S6 mengawali pengerjaan dengan menuliskan bentuk umum matriks koefisien $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ serta rumus umum invers matriks $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$. Saat masuk ke pengerjaan soal, S6 langsung menuliskan matriks koefisien dari permasalahan sistem persamaan linear tanpa didahului oleh penulisan bentuk Sistem Persamaan Linear (SPL) asalnya.

S6 mampu menerapkan substitusi nilai matriks ke dalam ekspresi pecahan invers, yaitu $\frac{1}{3(4)-2(2)} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ dengan benar. S6 kemudian menjabarkan perhitungan rumus determinan secara terpisah di bagian bawah menggunakan ekspresi $a \cdot d - b \cdot c$. Akan tetapi, S6 melakukan kesalahan fatal dalam operasi hitung perkalian di baris ketiga penjabarannya, yaitu menuliskan hasil dari $3 \cdot 4 - 2 \cdot 2$ menjadi $14 - 2$ (seharusnya $12 - 4$), meskipun secara ajaib ia menuliskan hasil akhir determinan tersebut bernilai 8 secara benar di baris paling bawah. S6 mendapatkan skor 2 karena tidak melanjutkan ekspresi perkalian invers tersebut dengan matriks hasil belanjaan (B), sehingga nilai akhir variabel yang dicari sama sekali tidak ditemukan.

Tabel 4. 7 Hasil Tes S6 Soal Nomor 1

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis	

Pada saat wawancara, S6 mengungkapkan reaksi awal terhadap soal yang diberikan serta menjelaskan preferensinya dalam menggunakan metode penyelesaian tertentu. S6 menyatakan bahwa metode invers dipilih karena dianggap lebih mudah untuk dikerjakan. Berikut hasil petikan wawancara S6 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Coba dilihat nomor satu. Gimana, apa yang terlintas di pikiran kamu pas lihat soal itu?
- S6 : Kaget.
- Peneliti : Kaget? Oke. Terus, terus tadi Queen menjawabnya pakai invers apa... atau *Cramer*?
- S6 : Invers.
- Peneliti : Invers. Kenapa lebih memilih invers?
- S6 : Karena lebih... gampang aja sih.

Hasil jawaban siswa dan wawancara Subjek 6 (S6) menunjukkan adanya keselarasan antara kondisi pengerjaan yang belum tuntas dengan pengakuan lisan mengenai tingkat kesulitan yang dihadapi. S6 mengaku merasa kaget saat melihat soal, yang terefleksi jelas pada lembar jawabannya di mana ia tidak menuliskan bentuk SPL (Sistem Persamaan Linear) awal, melewati proses perkalian matriks dengan matriks belanjaan (B), dan berhenti sebelum menemukan nilai akhir

variabel. Meskipun demikian, S6 tetap memilih menggunakan metode invers karena dianggap lebih gampang, dan wawancara ini berhasil mengungkap bahwa ketidaklengkapan jawaban S6 bukan semata-mata karena tidak paham rumus dasar invers yang telah dituliskannya, melainkan karena hambatan pengerjaan di tengah jalan yang membuat prosesnya terhenti.

Berdasarkan hasil analisis tes dan wawancara subjek pada soal nomor 1 dengan indikator yaitu Representasi Simbolik, maka diperoleh kesimpulan :

Tabel 4. 8 Kesimpulan Hasil Tes Subjek Soal Nomor 1

Subjek	Tingkat Kemampuan	Indikator Kemampuan Representasi Matematis	Hambatan Epistemologis
S1	Tinggi	Memiliki Kompetensi : Kemampuan Representasi Simbolik meliputi kemampuan siswa dalam membuat model matematika pada bentuk persamaan matriks dan menerapkan prosedur operasi (penjumlahan/ perkalian/ invers).	Terdapat kekeliruan penulisan di awal (menulis bentuk linear singkat) dan kesalahan hitung sementara pada proses determinan, namun segera disadari dan diperbaiki secara mandiri.
S2			Tidak ditemukan hambatan epistemologis. Subjek mampu mengerjakan dengan runtut, tepat, dan memahami formula dengan sangat baik.
S3	Sedang		Tidak ada hambatan dalam proses perhitungan, namun terdapat keterbatasan dalam menuliskan kesimpulan akhir (arti dari variabel yang ditemukan).
S4			Tidak ditemukan hambatan epistemologis. Subjek

Subjek	Tingkat Kemampuan	Indikator Kemampuan Representasi Matematis	Hambatan Epistemologis
			mampu melakukan seluruh prosedur dengan runtut dan tepat, meskipun tidak menuliskan teks kesimpulan akhir.
S5	Rendah		Mengalami kekeliruan perhitungan aritmetika pada operasi perkalian matriks (salah menuliskan angka hasil kali), sehingga berakibat pada hasil akhir variabel yang tidak tepat.
S6			Mengalami kesulitan dalam proses pemodelan (tidak menuliskan SPL awal), melakukan kesalahan hitung fatal pada operasi determinan, dan tidak menyelesaikan pengerjaan (skor tidak tuntas).

Soal Nomor 2

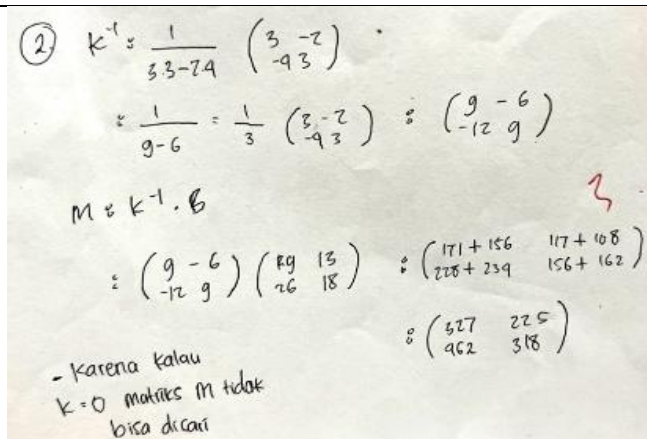
Paman Dalam sebuah sistem keamanan kode, sebuah pesan rahasia berupa koordinat lokasi dikirimkan menggunakan matriks pesan M . Untuk menjaga kerahasiaan, pesan tersebut dikalikan dengan matriks kunci $K = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. Jika matriks yang diterima adalah $B = \begin{pmatrix} 19 & 13 \\ 26 & 18 \end{pmatrix}$, seorang analis harus menggunakan determinan dan invers untuk mengembalikan pesan aslinya ($M = K^{-1} \cdot B$). Lakukan perhitungan untuk menemukan matriks pesan M . Setelah mendapatkan hasilnya, tafsirkan mengapa nilai determinan matriks kunci K tidak boleh sama dengan nol dalam proses pengiriman pesan rahasia ini.

1) Subjek 1 (Tinggi)

S1 menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menjelaskan suatu konsep matematis di akhir pengerjaannya, meskipun penjelasan tersebut masih perlu disempurnakan agar sesuai dengan konteks soal. S1 menuliskan kalimat kesimpulan berbunyi, "*Karena kalau $k = 0$ matriks M tidak bisa dicari*" sebagai representasi tertulis untuk menjelaskan mengapa determinan matriks tidak boleh sama dengan nol. Secara substansi matematis, pernyataan tertulis ini kurang tepat karena jika determinan matriks kunci (K) bernilai nol, maka yang tidak dapat dicari adalah matriks invers K^{-1} , bukan matriks pesan M .

Di samping itu, pada langkah awal penyelesaian masalah kriptografi tersebut, S1 langsung berfokus pada pengerjaan operasi simbolik angka dan matriks tanpa memberikan representasi teks berupa keterangan atau pelabelan nama matriks (seperti memperjelas matriks mana yang bertindak sebagai matriks kunci atau matriks pesan yang diterima). S1 juga tidak menuliskan kalimat kesimpulan akhir secara tertulis untuk menjabarkan isi elemen dari matriks pesan asli (M) yang berhasil ia temukan dari hasil perhitungan perkalian matriks tersebut.

Tabel 4. 9 Hasil Tes S1 Soal Nomor 2

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah	 $\textcircled{2} K^{-1} = \frac{1}{3 \cdot 3 - 2 \cdot 2} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $= \frac{1}{9-6} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 2/3 & 1 \end{pmatrix}$ $M = K^{-1} \cdot B$ $= \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ -2/3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 89 & 13 \\ 26 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 171 + 156 & 117 + 108 \\ 228 + 239 & 156 + 162 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 327 & 225 \\ 467 & 318 \end{pmatrix}$ - karena kalau $k=0$ matriks M tidak bisa dicari

Pada saat wawancara, S1 mampu menjelaskan konsep dasar letak elemen dalam matriks dengan membedakan baris dan kolom. Selain itu, S1 menunjukkan pemahaman mengenai batasan matematis pada operasi invers,

yakni mengapa determinan tidak boleh bernilai nol agar suatu sistem dapat diselesaikan. Berikut hasil petikan wawancara S1 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Coba jelaskan dengan bahasa kamu sendiri, apa sih arti satu angka yang ada di dalam matriks hasil pendapatan kurir tersebut pada nomor dua?
- S1 : Oh, kalau 32 ini... berarti kalau ke samping ini baris. Terus kalau ke bawah ini, 34, berarti ini kolom. Jadi kalau ke samping ini baris, kalau ke bawah itu kolom.
- Peneliti : Oke, lanjut masih nomor dua, pada soal kode rahasia, mengapa kita tidak bisa menemukan pesan asli jika determinan matriks kuncinya sama dengan nol? Apa dampaknya bagi sistem keamanan itu?
- S1 : Kalau determinannya sama dengan nol maka menjadi, 1 per nol ya hasilnya kan dikalikan ke dalam matriksnya, berarti hasilnya ya nol. Enggak ada hasilnya berarti, jadi enggak bisa.
- Peneliti : Jadi artinya apa?
- S1 : Jadi hasilnya enggak boleh nol, gitu
- Peneliti : Oh... karena kalau hasilnya nol?
- S1 : Iya karena enggak bisa dicari jawabannya

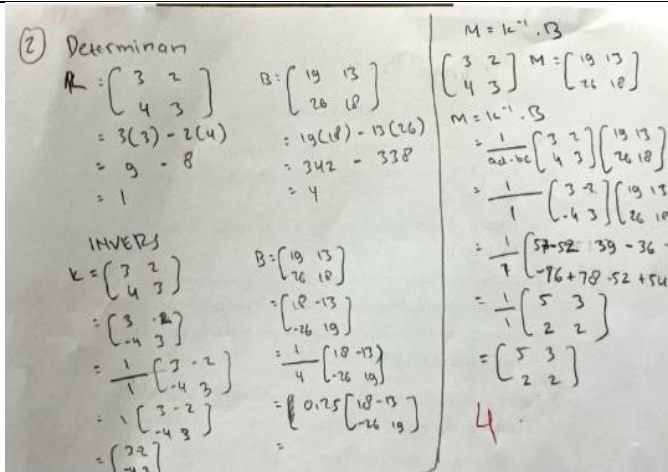
Hasil jawaban pengerjaan soal dan hasil wawancara Subjek 1 (S1) untuk Soal Nomor 2 menunjukkan bahwa meskipun S1 mampu melakukan perhitungan simbolik dengan baik, terdapat celah antara pemahaman konseptual lisan dengan ketepatan kalimat kesimpulan tertulisnya. Pada lembar jawaban, S1 menuliskan kesimpulan bahwa jika determinan bernilai nol maka matriks M tidak bisa dicari (yang secara matematis kurang tepat karena yang tidak ada adalah inversnya), namun saat wawancara S1 secara spontan dapat menjelaskan alasan logisnya, yakni karena rumus invers memuat pembagian dengan angka nol (1 per nol) yang membuat hasil akhirnya tidak terdefinisi dan tidak bisa dicari. Wawancara ini membantu melengkapi analisis bahwa S1 sebenarnya memahami esensi pembatasan matematis tersebut secara logis, meskipun pemilihan istilah teknisnya pada lembar jawaban masih perlu diperhalus.

2) Subjek 2 (Tinggi)

S2 cukup baik dalam menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menjelaskan kesimpulan logis dari syarat keterbalikan matriks (*invertible*), meskipun tidak menuliskan pelabelan atau keterangan teks di awal pengerjaan. S2 menuliskan argumen tertulis berupa, "*Jika $k = 0$ maka matriks K tidak mempunyai invers*" sebagai representasi teks untuk memberikan alasan yang tepat mengapa nilai determinan tidak boleh sama dengan nol dalam proses dekripsi pesan. Penjelasan tertulis ini secara substansi matematis sudah sangat tepat dan sesuai dengan konteks soal kriptografi yang diberikan.

Namun, dari segi runtutan aspek representasi kata di bagian awal, S2 langsung melakukan operasi perhitungan simbolik dan perkalian matriks tanpa memberikan teks pengantar atau keterangan penjelas mengenai arti dari matriks-matriks yang dioperasikan (seperti mana yang bertindak sebagai matriks kunci atau matriks kode rahasia). Selain itu, S2 juga tidak menuliskan kalimat kesimpulan tertulis di akhir lembar jawaban untuk menerjemahkan atau menjabarkan kembali isi elemen dari hasil matriks pesan asli (M) yang telah ditemukannya.

Tabel 4. 10 Hasil Tes S2 Soal Nomor 2

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah	 $\textcircled{2} \text{ Determinan}$ $K = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 19 & 13 \\ 26 & 18 \end{bmatrix}$ $= 3(3) - 2(4) = 9 - 8 = 1$ $= 19(18) - 13(26) = 342 - 338 = 4$ INVERSI $K^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ $B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 18 & -13 \\ -26 & 19 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.5 & -3.25 \\ -6.5 & 4.75 \end{bmatrix}$ $M = K^{-1} \cdot B$ $= \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 19 & 13 \\ 26 & 18 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 57+52 & 39+36 \\ -76+78 & -52+54 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 109 & 75 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ 4
	Pengelasan No 2. Karena jika determinan matriks K - nya nol kunci tidak bisa dibuka.

Pada saat wawancara, S2 mampu menunjukkan pemahaman mengenai struktur matriks dengan mengidentifikasi letak elemen berdasarkan baris dan kolom. Selain itu, S2 memberikan penjelasan mengenai kendala yang muncul dalam sistem kode rahasia apabila determinan matriks kuncinya bernilai nol, yaitu membuat data tidak dapat diproses lebih lanjut. Berikut hasil petikan wawancara S2 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Coba jelaskan dengan bahasamu sendiri, apa arti satu angka saja yang ada di dalam matriks pada soal nomor dua?
- S2 : 3 sama 2 itu kan baris. Terus 3 sama 4 itu kolom. Kalau ini baris pertama, 3 2 itu baris pertama, terus 4 3 itu baris kedua. Kalau 3 4 itu kolom pertama, terus kalau 2 sama 3 itu kolom kedua. Dah, gitu.
- Peneliti : Dalam soal kode rahasia, mengapa kita tidak bisa menemukan pesan asli jika determinan matriks kuncinya adalah nol? Apakah dampaknya bagi sistem keamanan itu?
- S2 : Soalnya enggak ada nilainya, jadi entar kalau nol... nanti enggak bisa diapa-apain.

Hasil jawaban siswa dan hasil wawancara Subjek 2 (S2) untuk Soal Nomor 2 menunjukkan adanya konsistensi yang sangat baik antara argumen matematis tertulis dengan pemahaman konseptual secara verbal. Pada lembar jawaban, S2 mampu menuliskan kesimpulan yang secara substansi sangat tepat bahwa jika $k = 0$ maka matriks kunci tidak mempunyai invers, meskipun ia melewati pelabelan teks di awal dan akhir pengerjaan. Konsistensi ini diperkuat saat wawancara, di mana S2 dapat menjelaskan struktur baris dan kolom dengan benar serta mengonfirmasi secara logis bahwa determinan bernilai nol akan membuat data pada sistem kode rahasia menjadi "tidak bisa diapa-apain" atau tidak dapat diproses lebih lanjut, sehingga wawancara ini berhasil memvalidasi bahwa pemahaman konseptual S2 terhadap syarat keterbalikan matriks sudah sangat matang.

3) Subjek 3 (Sedang)

Berdasarkan lembar jawaban pada tabel 4.11, S3 belum menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menjelaskan argumen atau

kesimpulan matematis dalam penyelesaian masalahnya. Pada pengerjaan soal nomor 2, S3 langsung melakukan operasi aritmetika simbolik untuk mencari nilai determinan dan langsung mengalikan matriks invers dengan matriks kode rahasia tanpa memberikan label teks atau keterangan pengantar (seperti menuliskan matriks mana yang bertindak sebagai matriks kunci K atau matriks pesan M).

S3 juga sama sekali tidak menuliskan argumen atau penjelasan tertulis untuk menjawab pertanyaan mengapa nilai determinan matriks tidak boleh sama dengan nol dalam sistem keamanan tersebut. Selain itu, setelah berhasil menemukan elemen-elemen angka dari matriks hasil perkaliannya, S3 langsung mengakhiri pekerjaannya begitu saja tanpa menuliskan kalimat kesimpulan tertulis untuk memperjelas arti atau makna dari hasil matriks pesan asli yang didapatkannya.

Tabel 4. 11 Hasil Tes S3 Soal Nomor 2

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah	2. Dik $K = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 19 & 13 \\ 26 & 18 \end{pmatrix}$ $Kb = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 34 & 338 \end{pmatrix}$

Pada saat wawancara, S3 mampu mengidentifikasi komponen penyusun matriks dengan menjelaskan posisi elemen berdasarkan baris dan kolom. Selain itu, S3 memberikan pendapat mengenai kendala yang terjadi dalam proses dekripsi pesan jika determinan matriks kunci bernilai nol.

Peneliti : Pada nomor dua, eee coba saya minta penjelasan dari bahasa kamu sendiri, ya. Apa sih arti angka satu... arti satu angka pada matriks ini?

S3 : Jadi 3 2 itu... 3 dan 2 itu baris. Terus kalau 3 dan 4 itu kolom. Setelah itu, kalau 4 dan 3 itu baris kedua. Terus 2 dan 3 itu kolom kedua, gitu dehh.

Peneliti : Okey... Nah, ini kan di kode rahasia di sini kan ada katanya ditanya, "Taksirkan mengapa nilai determinan matriks kunci K tidak boleh sama dengan nol." Kalau dia sama dengan nol, kunci rahasianya jadi gimana?

S3 : Enggak bakal ada hasilnya.

Hasil jawaban pengerjaan soal dan hasil wawancara Subjek 3 (S3) untuk Soal Nomor 2 menunjukkan adanya perbedaan yaitu minimnya representasi tertulis dengan pemahaman konseptual lisan yang sebenarnya cukup baik. Pada lembar jawaban, S3 tidak menuliskan keterangan teks, pelabelan matriks, maupun argumen tertulis mengapa determinan tidak boleh nol serta mengakhiri pengerjaan tanpa kesimpulan akhir. Namun, melalui wawancara, terungkap bahwa S3 sebenarnya memahami struktur elemen baris dan kolom serta mampu menjelaskan secara lisan bahwa jika determinan bernilai nol maka sistem kode rahasia tersebut "tidak bakal ada hasilnya", sehingga wawancara ini sangat membantu peneliti untuk menggali pemahaman tersembunyi yang tidak sempat dituangkan siswa secara tertulis di lembar jawabannya.

4) Subjek 4 (Sedang)

Berdasarkan lembar jawaban pada tabel 4.12, S4 belum dapat menyelesaikan soal secara lengkap dan utuh sesuai dengan kunci jawaban yang ada. Dalam menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah, S4 hanya mampu menerapkannya pada tahap awal, yaitu mencari invers matriks kunci K. S4 menuliskan rumus determinan secara tertulis $\text{Det } K = ad - bc$ serta menjabarkan langkah-langkah rumus invers matriks hingga menghasilkan matriks $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ dengan tepat. Namun, S4 tidak menuliskan teks atau representasi tertulis untuk melanjutkan penyelesaian masalah pada langkah berikutnya, yaitu mencari Matriks Pesan ($M = K^{-1} \cdot B$). S4 juga tidak menyertakan representasi teks berupa penjelasan tertulis mengenai alasan mengapa determinan matriks tersebut tidak boleh sama dengan nol sebagaimana yang diinstruksikan dalam kunci jawaban.

Tabel 4. 12 Hasil Tes S4 Soal Nomor 2

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah	Handwritten work showing the calculation of the determinant and inverse of a 2x2 matrix. The determinant is calculated as $ad - bc = 9 - 8 = 1$. The inverse is calculated as $\frac{1}{\det} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$.

Pada saat wawancara, S4 menunjukkan keterbatasan pemahaman dalam menginterpretasikan makna angka di dalam matriks. Namun, S4 mampu memberikan jawaban mengenai dampak determinan bernilai nol terhadap proses pemecahan kode rahasia. Berikut hasil petikan wawancara S4 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Nomor dua. Coba jelasin dengan bahasa kamu sendiri apa arti dari satu angka yang ada di dalam matriks.
- S4 : Di nomor dua kan ada matriks K...
- Peneliti : Ada matriks A, ada matriks B. Nah, coba jelasin angka-angka ini tuh apa maksudnya, gitu.
- S4 : Eee... kurang tahu.
- Peneliti : Terus di sini, di nomor dua ada soal kode rahasia, kan tadi untuk mencari invers itu kan harus 1 per determinan. Nah, gimana kalau determinannya nol? Apakah kode rahasia itu terpecahkan atau tidak?
- S4 : Enggak.

Hasil jawaban siswa tertulis dan hasil wawancara Subjek 4 (S4) untuk Soal Nomor 2 menunjukkan adanya keselarasan antara ketuntasan pengerjaan yang terhenti di tengah jalan dengan keterbatasan pemahaman konseptual secara lisan. Pada lembar jawaban, S4 hanya mampu menuliskan rumus invers matriks kunci hingga tahap awal tanpa melanjutkan pencarian matriks pesan (M) dan tanpa

memberikan penjelasan tertulis mengenai determinan bernilai nol. Hal ini dikonfirmasi saat wawancara, di mana S4 secara terbuka mengaku kurang tahu saat diminta menjelaskan arti angka di dalam matriks, meskipun ia masih bisa menjawab secara singkat bahwa kode rahasia tidak akan terpecahkan jika determinannya nol. Wawancara ini berfungsi dengan sangat baik untuk membuktikan bahwa ketidaklengkapan lembar jawaban S4 murni mencerminkan hambatan pemahaman dan keterbatasan kemampuan siswanya dalam menyelesaikan seluruh rangkaian masalah kode rahasia tersebut.

5) Subjek 5 (Rendah)

Berdasarkan lembar jawaban pada tabel 4.13, S5 tidak dapat menyelesaikan soal tersebut karena tidak memberikan jawaban sama sekali pada lembar pengerjaan. Dalam aspek "Menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah", S5 tidak menunjukkan atau memunculkan indikator tersebut, karena tidak ada representasi teks, rumus, ataupun deskripsi tertulis yang dituliskan untuk mencoba memecahkan masalah invers matriks maupun mencari matriks pesan sesuai dengan kunci jawaban.

Tabel 4. 13 Hasil Tes S5 Soal Nomor 2

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah	Tidak Menyelesaikan Permasalahan Pada Soal

Pada saat wawancara, S5 menunjukkan keterbatasan pemahaman dalam menginterpretasikan makna angka di dalam matriks. Selain itu, S5 memberikan respons yang kurang tepat terkait dampak determinan matriks bernilai nol terhadap proses pemecahan kode rahasia. Berikut hasil petikan wawancara S5 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Oke. Yang nomor dua, coba jelasin dengan bahasa kamu sendiri arti dari angka-angka yang di matriks ini. Kalau enggak tahu juga enggak apa-apa, 32 itu sebagai apa, 43 itu sebagai apa?
- S5 : Mmm... enggak tahu.

Peneliti : Disoal kan ada pertanyaan tadi, taksirkan mengapa nilai determinan matriks kunci K tidak boleh sama dengan nol. Nah, gimana kalau dia sama dengan nol determinannya? Tadi kan di invers ada 1 per determinan. Tapi kalau determinannya nol, jadi gimana hasilnya? Apakah kode rahasia itu terpecahkan atau tidak?

S5 : Bisa

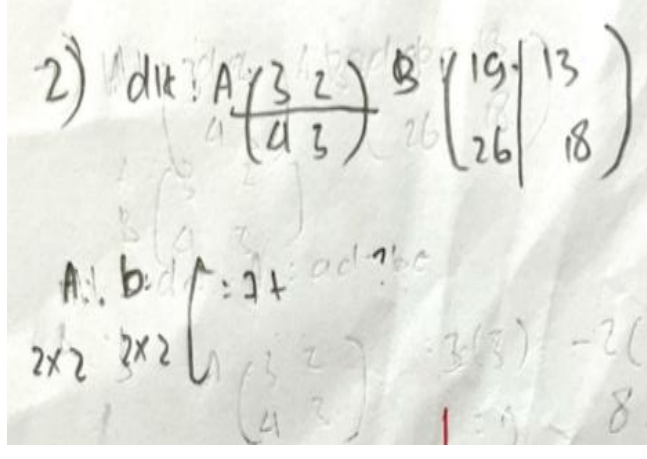
Hasil jawaban pengerjaan soal dan hasil wawancara Subjek 5 (S5) untuk Soal Nomor 2 menunjukkan adanya konsistensi yang jelas antara lembar jawaban yang kosong dengan keterbatasan pemahaman konsep secara lisan. Pada lembar jawaban, S5 sama sekali tidak menuliskan jawaban, rumus, maupun teks apa pun untuk menyelesaikan masalah kode rahasia matriks. Hal ini diperkuat saat wawancara, di mana S5 secara jujur mengaku tidak tahu ketika diminta menjelaskan arti angka di dalam matriks dan bahkan memberikan jawaban yang keliru dengan menyatakan bahwa kode rahasia tetap "bisa" terpecahkan meskipun determinannya bernilai nol. Wawancara ini membuktikan bahwa kosongnya lembar jawaban S5 murni disebabkan oleh ketidaktahuan dan kendala konseptual yang menyeluruh terhadap materi tersebut.

6) Subjek 6 (Rendah)

Berdasarkan lembar jawaban pada tabel 4.14, S6 belum dapat menyelesaikan soal secara benar dan lengkap sesuai dengan kunci jawaban yang diharapkan. Dalam aspek menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah, S6 hanya menuliskan simbol teks "dik:" (diketahui) untuk mendefinisikan komponen matriks yang ada di dalam soal, dengan mengubah penamaan matriks kunci menjadi matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ dan matriks pesan acak menjadi matriks $B = \begin{pmatrix} 19 & 13 \\ 26 & 18 \end{pmatrix}$. S6 juga sempat menuliskan sedikit teks penanda ordo matriks (2×2) serta bayangan rumus determinan secara samar, namun pengerjaan tersebut langsung terhenti. S6 sama sekali tidak melanjutkan penulisan teks ataupun perhitungan matematis untuk mencari invers matriks pada Langkah 1, mencari Matriks Pesan (M) pada

Langkah 2, maupun memberikan penjelasan tertulis mengenai alasan determinan tidak boleh nol sebagaimana yang tertera pada kunci jawaban.

Tabel 4. 14 Hasil Tes S6 Soal Nomor 2

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah	

Pada saat wawancara, S6 menunjukkan belum memiliki pemahaman dalam menginterpretasikan makna angka di dalam matriks dan belum menjawab pertanyaan terkait konsep determinan dalam soal kode rahasia. Berikut hasil petikan wawancara S6 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Nomor dua, coba jelasin apa arti yang angka-angka di dalam matriks itu.
- S6 : Enggak tahu
- Peneliti : Di soal kode rahasia... oh, kamu... *Next, next, next, next.*
Belum dijawab ya di soal kode rahasia itu ya?
- S6 : iya belum
- Peneliti : Oke, nggak apa-apa.

Hasil jawaban pengerjaan soal dan hasil wawancara Subjek 6 (S6) untuk Soal Nomor 2 menunjukkan adanya keselarasan antara pengerjaan yang terhenti di awal dengan ketidaktahuan konsep saat dikonfirmasi secara lisan. Pada lembar jawaban, S6 hanya menuliskan simbol "dik:" beserta penamaan matriks dan sedikit bayangan rumus samar tanpa melanjutkan pencarian invers, matriks pesan, maupun penjelasan determinan nol. Hal ini sejalan dengan hasil wawancara, di mana S6 secara terang-terangan mengaku tidak tahu saat diminta menjelaskan arti angka di dalam matriks dan mengakui bahwa dirinya memang belum menjawab soal kode

rahasia tersebut. Wawancara ini mengonfirmasi bahwa ketidaklengkapan lembar jawaban S6 disebabkan oleh hambatan pemahaman menyeluruh terhadap materi kriptografi matriks pada soal nomor dua.

Berdasarkan hasil analisis tes dan wawancara subjek pada soal nomor 2 dengan indikator yaitu Representasi Simbolik, maka diperoleh kesimpulan :

Tabel 4. 15 Kesimpulan Hasil Teks Subjek Soal Nomor 2

Subjek	Tingkat Kemampuan	Indikator Kemampuan Representasi	Hambatan Epistemologis
S1	Tinggi	Memiliki Kompetensi : Kemampuan Representasi Verbal: Meliputi kemampuan memberikan penjelasan logis secara tertulis dan menafsirkan makna hasil perhitungan matriks ke dalam bahasa sehari-hari.	Terdapat kekeliruan konseptual dalam menafsirkan syarat determinan. Subjek memahami bahwa determinan tidak boleh nol, namun salah secara matematis dalam menyatakan bahwa "matriks M tidak bisa dicari" (seharusnya "matriks K tidak memiliki invers").
S2			Tidak ditemukan hambatan epistemologis yang berarti. Subjek mampu memberikan penjelasan logis dan tepat secara matematis bahwa nilai determinan nol menyebabkan matriks K tidak memiliki invers.

Subjek	Tingkat Kemampuan	Indikator Kemampuan Representasi	Hambatan Epistemologis
S3	Sedang		Mengalami hambatan dalam aspek komunikasi matematis. Subjek tidak mampu memberikan penjelasan tertulis mengenai alasan logis syarat determinan, meskipun secara intuitif memahami bahwa hasil tidak akan ditemukan.
S4			Mengalami hambatan prosedural dan konseptual. Subjek hanya mampu menyelesaikan tahap awal (mencari invers), namun gagal melanjutkan ke tahap dekripsi (mencari matriks M) dan tidak memberikan penjelasan teoritis terkait syarat determinan.
S5	Rendah	Tidak Memiliki Kompetensi.	Mengalami hambatan epistemologis yang mendalam. Subjek menunjukkan ketidakmampuan untuk menginterpretasikan elemen matriks serta memiliki pemahaman keliru (miskonsepsi)

Subjek	Tingkat Kemampuan	Indikator Kemampuan Representasi	Hambatan Epistemologis
			bahwa kode rahasia tetap bisa terpecahkan meskipun determinan bernilai nol.
S6	Rendah	Memiliki Kompetensi : Kemampuan Representasi Verbal: Meliputi kemampuan memberikan penjelasan logis secara tertulis dan menafsirkan makna hasil perhitungan matriks ke dalam bahasa sehari-hari.	Mengalami hambatan dalam pemahaman struktur matriks dan proses algoritmik. Subjek tidak melakukan pengerjaan soal secara tuntas (hanya menuliskan definisi awal) dan tidak mampu menginterpretasikan makna angka dalam matriks maupun konsep determinan.

Soal Nomor 3

Putra akan membuat layang-layang untuk dijual. Untuk satu layang-layang dibutuhkan dua potong lidi yang digunakan sebagai kerangka dengan panjang masing-masing 30 cm dan 15 cm. Hitung Luas minimal kertas yang dibutuhkan untuk membuat 40 Layang-layang. Sebuah toko olahraga mencatat penjualan sepatu bola dan sepatu basket di dua cabang. Di Cabang A terjual 15 sepatu bola dan 10 sepatu basket. Di Cabang B terjual 12 sepatu bola dan 20 sepatu basket. Sajikan data penjualan tersebut ke dalam bentuk tabel, lalu transformasikan menjadi matriks P. Jika harga sepatu bola adalah Rp500.000 dan sepatu basket Rp600.000, buatlah matriks harga Q (matriks kolom).

1) Subjek 1 (Tinggi)

Berdasarkan lembar jawaban pada tabel 4.16, S1 menunjukkan kemampuan yang sangat baik dalam menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah. S1 mampu menyajikan data kuantitatif yang ada ke

dalam bentuk tabel yang terstruktur dengan jelas, memisahkan data berdasarkan baris "Cabang" (Cabang A dan Cabang B) serta kolom jenis produk ("Sepatu Bola" dan "Sepatu Basket") secara tepat.

Tidak hanya berhenti pada penyajian tabel, S1 juga berhasil mentransformasikan representasi visual tersebut ke dalam bentuk model matematika yang abstrak secara akurat. Hal ini terlihat dari keberhasilan S1 menyusun matriks produk P berordo 2×2 yang elemen-elemennya bersesuaian langsung dengan posisi data pada tabel, serta menyusun matriks harga Q dalam bentuk matriks kolom (2×1) dengan nominal yang sesuai. Seluruh tahapan visualisasi data hingga pembentukan matriks diselesaikan oleh S1 dengan benar, sistematis, dan tanpa ada kekeliruan.

Tabel 4. 16 Hasil Tes S1 Soal Nomor 3

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah	Handwritten work showing the conversion of a word problem into matrices. It includes the number 3 circled, the equations $15 + 10$ and $12 + 20$, matrix $P = \begin{pmatrix} 15 & 10 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$, and matrix $Q = \begin{pmatrix} 500 \\ 600 \end{pmatrix}$.

Pada saat wawancara, S1 mampu menjelaskan cara menentukan elemen baris dan kolom pada matriks berdasarkan data yang terdapat dalam soal cerita. S1 juga menyatakan pemahamannya bahwa penukaran posisi baris dan kolom akan menghasilkan nilai yang berbeda. Berikut hasil petikan wawancara S1 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Bagaimana cara kamu memutuskan data yang harus menjadi baris dan di mana yang menjadi harus... harus menjadi kolom pada tabel matriksmu? Pada nomor tiga. Jadi gimana?
- S1 : Kan di sini soalnya: "Di Cabang A terjual 15 sepatu bola dan 10 sepatu basket." Nah, berarti angka dua pertama ini dijadikan baris pertama. Terus, "Di Cabang B terjual 12 sepatu bola dan 20

sepatu basket." Berarti yang dua angka ini dijadikan baris yang kedua.

Peneliti : Jadi gitu cara kamu untuk memutuskan untuk membuat tabel matriks tersebut? Iya, oke. Terus yang terakhir, jika posisi baris dan kolom tersebut ditukar—kayak baris jadi jenis buku, kolom jadi nama toko—eh ini mah yang apakah maknanya masih sama? Coba jelaskan sama bahasa kamu sendiri, misal dibalik gitu. Dibalik apa?

S1 : Enggak, hasilnya berarti beda.

Hasil jawaban siswa tertulis dan hasil wawancara Subjek 1 (S1) untuk Soal Nomor 3 menunjukkan adanya konsistensi yang sangat baik antara kemampuan menyajikan data visual secara terstruktur dengan pemahaman konsep baris dan kolom secara verbal. Pada lembar jawaban, S1 mampu menyajikan data kuantitatif ke dalam bentuk tabel yang terstruktur serta mentransformasikannya secara akurat ke dalam matriks produk dan matriks harga. Hal ini dikonfirmasi saat wawancara, di mana S1 dapat menjelaskan dengan jelas alasan penempatan data penjualan setiap cabang ke dalam baris tertentu, serta memahami secara logis bahwa penukaran posisi antara baris dan kolom akan menghasilkan makna atau nilai yang berbeda. Wawancara ini membuktikan bahwa kemampuan S1 dalam menggunakan representasi visual didasari oleh pemahaman konseptual yang matang terhadap struktur matriks itu sendiri.

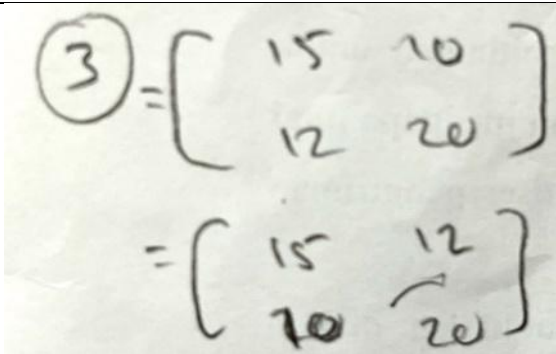
2) Subjek 2 (Tinggi)

Berdasarkan hasil lembar jawaban pada tabel 4.17, S2 menunjukkan kemampuan yang baik dalam menggunakan representasi visual berupa struktur tata letak matriks untuk menyelesaikan masalah. Tanpa menyajikan tabel terlebih dahulu, S2 langsung mentransformasikan informasi numerik ke dalam representasi visual berupa tanda kurung matriks berordo 2×2 secara runut.

S2 mampu menyusun matriks pertama dengan elemen baris dan kolom yang tepat, yang mencerminkan representasi data dari variabel yang diketahui. Selain itu, S2 juga menyajikan representasi visual alternatif berupa bentuk

transpose matriks di bawahnya, lengkap dengan guratan simbol panah penunjuk untuk memperjelas perpindahan posisi elemen antara baris dan kolom. Representasi visual simbolis ini menunjukkan bahwa S2 memahami konsep pengorganisasian data spasial dalam struktur matriks dengan benar dan tepat sesuai kunci jawaban.

Tabel 4. 17 Hasil Tes S2 Soal Nomor 3

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah	

Pada saat wawancara, S2 mampu menjelaskan proses transformasi baris menjadi kolom pada matriks berdasarkan data yang tersedia. Selain itu, S2 berpendapat bahwa penukaran posisi antara baris dan kolom tidak akan mengubah makna dari data tersebut. Berikut hasil petikan wawancara S2 berdasarkan pernyataan tersebut:

Peneliti : Untuk nomor tiga, ya. Bagaimana cara kamu memutuskan data... data mana yang harus menjadi baris dan mana yang menjadi kolom pada tabel matriksmu? Nomor tiga.

S2 : Kan kalau ditransformasikan ee kolom jadi baris, baris jadi kolom. Nah, ini kan 15, 10 itu kan baris. Di... diganti jadi kolom, jadi 15... 15, 10 jadi kolom pertama. Terus yang 12... 20 itu kan baris kedua, diganti jadi 12, 20 tuh jadi kolom kedua.

Peneliti : Oke. Emm... jika posisi baris dan kolom tersebut ditukar, misal ya baris jadi jenis buku, kolom jadi nama toko, apakah maknanya masih sama? Atau enggak? Coba ee alasan kamu, tolong dijelaskan.

S2 : Kayaknya... kayaknya bakal sama kayaknya hehee.

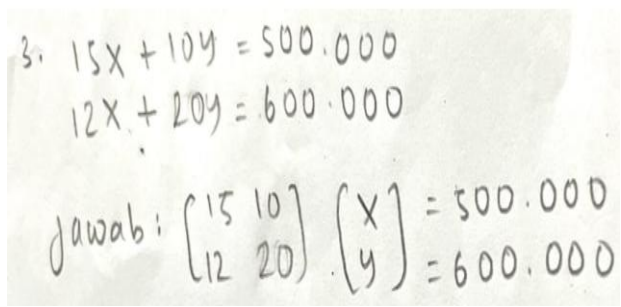
Hasil jawaban pengerjaan soal dan hasil wawancara Subjek 2 (S2) untuk Soal Nomor 3 menunjukkan adanya konsistensi yang kuat pada kemampuan teknis transformasi visual matriks, namun disertai perbedaan pandangan mengenai interpretasi makna transpose. Pada lembar jawaban, S2 menunjukkan keterampilan visual yang sangat baik dengan langsung menyusun matriks berordo tertentu secara runtut, bahkan melengkapinya dengan bentuk *transpose* matriks beserta panah penunjuk posisi. Hal ini sejalan dengan penjelasannya saat wawancara, di mana S2 mampu merinci proses pengubahan baris menjadi kolom dengan sangat tepat. Namun, terkait pemaknaan jika posisi baris dan kolom ditukar, S2 berpendapat bahwa maknanya akan tetap sama ("bakal sama"), yang menunjukkan adanya sedikit miskonsepsi secara konseptual mengenai arti kontekstual elemen data (karena pertukaran baris dan kolom pada data penjualan dan harga seharusnya mengubah interpretasi struktur data). Wawancara ini berhasil mengungkap bahwa meskipun keterampilan prosedural visual S2 sudah sangat terampil, pemahaman konseptualnya terkait arti perubahan posisi baris-kolom masih memerlukan penguatan.

3) Subjek 3 (Sedang)

Berdasarkan lembar jawaban pada tabel 4.18, S3 menunjukkan kemampuan yang sangat baik dalam menggunakan representasi visual aljabar dan matriks untuk menyelesaikan masalah. S3 mengawali penyelesaian dengan mengubah data numerik yang ada menjadi bentuk visual Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) menggunakan pemisalan variabel x dan y secara terstruktur.

Selanjutnya, S3 mampu mentransformasikan representasi visual SPLDV tersebut ke dalam bentuk persamaan matriks gabungan secara akurat. Hal ini terlihat dari keberhasilan S3 menyusun matriks koefisien berordo 2×2 , matriks variabel kolom (2×1), dan matriks konstanta harga di ruas kanan sesuai dengan nilai pada kunci jawaban. Seluruh alur perubahan representasi data dari bentuk persamaan hingga menjadi model matriks diselesaikan oleh S3 dengan runtut, jelas, dan tanpa ada kekeliruan.

Tabel 4. 18 Hasil Tes S3 Soal Nomor 3

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah	

Pada saat wawancara, S3 menjelaskan bahwa penentuan baris dan kolom dalam matriks didasarkan pada pengelompokan objek yang sama, yakni jenis sepatu bola dan sepatu basket. Selain itu, S3 memahami bahwa perubahan posisi elemen baris menjadi kolom (dan sebaliknya) akan menghasilkan nilai yang berbeda. Berikut hasil petikan wawancara S3 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Untuk nomor tiga, pertanyaannya, bagaimana cara kamu memutuskan data... data mana yang harus menjadi baris dan mana yang menjadi kolom pada tabel atau matriksmu? Itu memutuskan ini, pada soal nomor tiga ini, bagaimana dia menjadi baris dan menjadi kolom? Pada nomor tiga. Gimana, ya? Coba dijelaskan, pakai bahasa kamu sendiri aja.
- S3 : Soalnya, ee... kan sepatu bola. Sama-sama sepatu bola, terus sepatu basket sama-sama sepatu basket nah itu sebagai X atau Y
- Peneliti : Nah, kalau kolom jadi baris terus baris jadi kolom, yang ini, 15, 10 itu jadi 15, 10 ke sini. Gimana hasilnya? Apakah bakal beda? Apakah enggak, gitu?
- S3 : Beda.

Hasil jawaban siswa dan hasil wawancara Subjek 3 (S3) untuk Soal Nomor 3 menunjukkan adanya konsistensi yang sangat kuat antara ketepatan struktural visual matriks pada lembar jawaban dengan pemahaman konseptual secara verbal. Pada lembar jawaban, S3 berhasil menyusun SPLDV dengan pemisalan variabel

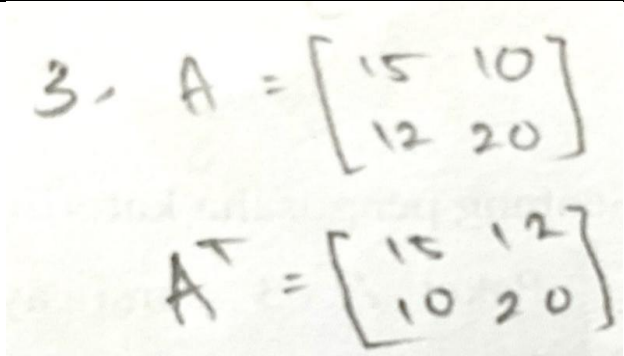
yang terstruktur serta mentransformasikannya ke dalam matriks koefisien dan konstanta dengan runtut. Hal ini diperkuat saat wawancara, di mana S3 mampu menjelaskan secara logis bahwa penentuan baris dan kolom didasarkan pada pengelompokan objek sejenis (seperti sepatu bola dan sepatu basket), serta memahami dengan benar bahwa penukaran posisi baris dan kolom akan menghasilkan nilai atau makna yang berbeda. Wawancara ini berhasil memvalidasi bahwa kemampuan S3 dalam menggunakan representasi visual didukung oleh pemahaman konseptual yang matang dan konsisten.

4) Subjek 4 (Sedang)

Berdasarkan lembar jawaban pada tabel 4.19, S4 menunjukkan kemampuan yang sangat baik dalam menggunakan representasi visual formal untuk menyelesaikan masalah matematika. S4 mengorganisasikan data numerik yang diketahui dengan membentuk susunan visual berupa matriks berordo 2×2 . Berbeda dengan subjek lainnya, S4 secara eksplisit menggunakan representasi simbolik formal dengan memberi nama matriks tersebut sebagai matriks A .

Selain itu, S4 juga mampu menampilkan kecakapan spasial dan prosedural yang matang melalui representasi visual berupa operasi transpose matriks (A^T). S4 memvisualisasikan perubahan posisi elemen baris menjadi kolom dan sebaliknya dengan sangat rapi dan akurat. Seluruh penyajian visual struktur matriks ini dibuat dengan sistematis, tepat, dan bersesuaian dengan elemen data dasar yang ada pada kunci jawaban.

Tabel 4. 19 Hasil Tes S4 Soal Nomor 3

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah	 Handwritten mathematical work showing the transpose of a 2×2 matrix. The first line shows $3. A = \begin{bmatrix} 15 & 10 \\ 12 & 20 \end{bmatrix}$. The second line shows $A^T = \begin{bmatrix} 15 & 12 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}$.

Pada saat wawancara, S4 menjelaskan bahwa penentuan baris dan kolom dalam matriks didasarkan pada analogi pengerjaan soal nomor satu, di mana objek (sepatu) dijadikan sebagai variabel. Selain itu, S4 memahami bahwa terdapat perbedaan hasil jika posisi elemen dalam matriks diubah, namun ia meyakini bahwa prosedur pengerjaannya akan tetap sama. Berikut hasil petikan wawancara S4 berdasarkan pernyataan tersebut:

- Peneliti : Nomor tiga. Gimana kamu memutuskan data mana yang harus menjadi baris dan data mana yang harus menjadi kolom di nomor tiga kamu? Coba dilihat di sini, mana sih lihatnya? Di cabang A, apakah 15 ini jadi baris dan kolom, gitu?
- S4 : Kalau yang itu tuh, ditentuinnya kayak yang atas. Kalau... kalau yang atas mah kan kayak ini kan...
- Peneliti : Kayak nomor satu?
- S4 : Iya, kayak yang nomor satu. Itu kayak gitu... aku tuh ngambilnya yang sepatu bola tuh jadi X , terus sepatu basket itu jadiin Y . Nah, terus jadi..., aku cuman ngambilnya gini doang, 15 baris... apa sih? Kolom pertama. Terus yang 10 nya jadi kolom kedua, 12 nya sama kayak gitu. Jadi ininya sama kok, sama barisan sepatu-sepatu.
- Peneliti : Tapi kalau dibalik misal, yang 15 jadi yang kedua, yang 10 jadi yang pertama, gimana hasilnya? Apakah bakal sama?
- S4 : Emm... enggak kayaknya.
- Peneliti : Beda?
- S4 : Beda kayaknya. (Lagi nyari...)
- Peneliti : Tapi apakah cara pengerjaannya tetap sama?
- S4 : Sama.

Hasil jawaban pengerjaan soal dan hasil wawancara Subjek 4 (S4) untuk Soal Nomor 3 menunjukkan adanya konsistensi yang baik antara keterampilan visual formal dalam menyusun matriks beserta operasi *transpose*-nya dengan pemahaman analogis secara lisan. Pada lembar jawaban, S4 mampu mengorganisasikan data ke dalam matriks berordo tertentu, melengkapinya dengan simbol nama matriks, serta menampilkan perubahan posisi baris dan kolom secara rapi. Hal ini dikonfirmasi

saat wawancara, di mana S4 menjelaskan bahwa keputusannya dalam menentukan baris dan kolom didasarkan pada analogi pengerjaan soal nomor sebelumnya (menggunakan objek sepatu sebagai variabel). Selain itu, S4 memahami secara lisan bahwa pertukaran posisi akan memberikan hasil yang berbeda, meskipun prosedur pengerjaannya tetap sama. Wawancara ini membuktikan bahwa S4 mampu mengadaptasi pengalaman belajar sebelumnya ke dalam representasi visual matriks secara terstruktur dan logis.

5) Subjek 5 dan Subjek 6 (Rendah)

Berdasarkan tabel 4.20, S5 dan S6 tidak menunjukkan kemampuan dalam menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah karena keduanya sama sekali tidak mengerjakan soal tersebut, sehingga tidak ditemukan adanya bukti visual berupa struktur tabel ataupun susunan matriks yang dapat dianalisis pada lembar jawaban mereka.

Tabel 4. 20 Hasil Tes S5 dan S6 Soal Nomor 3

Aspek	Jawaban Subjek
Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah	Tidak Menyelesaikan Permasalahan Pada Soal

Pada saat wawancara, S5 menjelaskan proses penyusunan matriks dengan memposisikan angka ke dalam kolom-kolom yang telah ditentukan, namun ia meyakini bahwa prosedur pengerjaan dan hasilnya akan tetap sama meskipun posisi baris dan kolom ditukar. Di sisi lain, meskipun S6 tidak menuliskan jawaban secara lengkap pada lembar soal, ia mampu menjelaskan logika penyusunan data cabang toko ke dalam bentuk matriks dan menyatakan pemahamannya bahwa penukaran posisi elemen baris dan kolom akan menghasilkan nilai yang berbeda. Berikut hasil petikan wawancara S5 dan S6 berdasarkan pernyataan tersebut:

Wawancara S5 :

Peneliti : Nomor tiga, gimana cara kamu memutuskan data-data itu menjadi baris dan kolom?

S5 : Ee... menyusun angkanya dulu, terus habis itu langsung dimasukkan kolomnya, langsung di... kayak... disusun.

Peneliti : Oke. Jika posisi baris dan kolomnya ditukar, apakah cara pengerjaannya tetap sama dan hasilnya apakah tetap sama juga?

S5 : Sama.

Peneliti : Sama? Oke, terima kasih.

Wawancara S6 :

Peneliti : Kita lanjut ke soal nomor tiga. Karena nomor tiga tidak dijawab coba apakah kamu bisa mengubah datanya menjadi bentuk matriks, coba jelaskan saja.

S6 : Karena cabang A... cabang A kan... maksudnya memiliki dua ini, jadi 15 sama 10 disimpan di sini. Terus cabang B juga, di sini sama di sini.

Peneliti : Oh, oke. Tapi kalau posisinya diubah nih sama saya, gimana hasilnya? Apakah bisa sama atau berbeda?

S6 : Harusnya sih beda.

Peneliti : Sama? Oke, terima kasih.

Hasil jawaban siswa dan hasil wawancara Subjek 5 (S5) serta Subjek 6 (S6) untuk Soal Nomor 3 menunjukkan adanya kesenjangan antara lembar jawaban yang kosong dengan kemampuan verbal yang berhasil digali melalui wawancara. Pada lembar jawaban, baik S5 maupun S6 sama sekali tidak menuliskan jawaban atau struktur visual matriks apa pun karena tidak menyelesaikan soal. Namun, melalui proses wawancara, kedua subjek menunjukkan respons yang beragam: S5 menjelaskan prosedur penyusunan matriks secara sederhana namun memiliki miskonsepsi dengan meyakini bahwa penukaran baris dan kolom akan menghasilkan nilai dan hasil yang sama, sedangkan S6 mampu menunjukkan pemahaman logis secara lisan mengenai cara mengelompokkan data cabang toko ke dalam matriks serta menyadari bahwa pertukaran posisi elemen akan memberikan hasil yang berbeda. Wawancara ini membuktikan bahwa meskipun secara tertulis tidak ada data yang dapat diamati, interviu mendalam mampu

mengungkap sisa-sisa pemahaman konseptual atau penalaran intuitif yang dimiliki oleh siswa berkemampuan rendah tersebut.

Berdasarkan hasil analisis tes dan wawancara subjek pada soal nomor 3 yang memiliki 1 indikator yaitu Kemampuan Representasi Visual maka diperoleh kesimpulan :

Tabel 4. 21 Kesimpulan Hasil Tes Subjek Soal Nomor 3

Subjek	Tingkat Kemampuan	Indikator Kemampuan Komunikasi	Hambatan Epistemologis
S1	Tinggi	Memiliki Kompetensi : Kemampuan Representasi Visual: Meliputi kemampuan menyajikan data dari masalah nyata ke dalam bentuk tabel atau diagram sebagai langkah awal penyusunan matriks.	Tidak ditemukan hambatan epistemologis. Subjek sangat memahami struktur matriks, mampu memisahkan data dengan tepat, dan menyadari bahwa perubahan posisi elemen akan mengubah makna/hasil.
S2			Memiliki hambatan konseptual ringan. Meskipun secara teknis mampu membuat matriks dan transpose dengan baik, subjek meyakini bahwa menukar baris dan kolom tidak akan mengubah makna data tersebut.
S3	Sedang		Tidak ditemukan hambatan epistemologis. Subjek mampu mentransformasikan data ke berbagai bentuk

Subjek	Tingkat Kemampuan	Indikator Kemampuan Komunikasi	Hambatan Epistemologis
			representasi (SPLDV ke matriks) secara konsisten dan memahami implikasi perubahan posisi elemen dalam matriks.
S4			Memiliki hambatan konseptual mengenai sifat invarian matriks. Meskipun mampu memvisualisasikan matriks dan transpose dengan rapi, subjek ragu mengenai dampak perubahan posisi elemen terhadap hasil akhir (menganggap prosedur tetap sama, padahal makna matriks telah berubah).
S5	Rendah	Tidak Memiliki Kompetensi	Mengalami hambatan epistemologis yang signifikan. Selain tidak mengerjakan soal, subjek memiliki miskonsepsi bahwa menukar baris dan kolom tidak akan mengubah hasil pengerjaan, yang menunjukkan kurangnya pemahaman tentang

Subjek	Tingkat Kemampuan	Indikator Kemampuan Komunikasi	Hambatan Epistemologis
			definisi posisi elemen dalam matriks.
S6	Rendah		Hambatan bersifat prosedural dan partisipatif. Subjek tidak mengerjakan soal (tidak ada produk visual), namun secara konseptual memahami (melalui wawancara) bahwa menukar posisi elemen akan menghasilkan nilai yang berbeda.

1.2 Pembahasan

Berdasarkan analisis data soal tes dan wawancara kemampuan komunikasi matematis siswa yang telah dilakukan, diperoleh pembahasan deskripsi kemampuan representasi matematis siswa dan analisis hambatan epistemologis yang dialami siswa, bertempat di MAS SABILIL MUTTAQIEN sebagai berikut :

1.2.1 Kemampuan Representasi Matematis Siswa

Kemampuan representasi matematis yang dimiliki oleh siswa MAS SABILIL MUTTAQIEN berbeda-beda berdasarkan tingkat kemampuannya, yaitu tinggi, sedang, dan rendah. Berdasarkan hasil analisis, subjek dengan kemampuan tinggi (S1, S2) menguasai hampir seluruh indikator representasi dengan baik, baik dalam tes tertulis maupun wawancara. Subjek berkemampuan sedang (S3, S4) menunjukkan pemahaman yang cukup baik namun masih memiliki kendala pada ketepatan pemodelan. Sementara itu, subjek dengan kemampuan rendah (S5, S6) mengalami kesulitan yang

signifikan dalam menerjemahkan soal ke bentuk representasi yang tepat, yang sering kali berdampak pada kegagalan penyelesaian masalah.

Dari hasil analisis, diperoleh perbedaan capaian indikator pada setiap tingkatan kemampuan sebagai berikut:

Pada indikator Representasi Simbolik, subjek dengan kemampuan tinggi (S1, S2) mampu menyusun model matematika ke dalam bentuk matriks dengan runtut dan akurat, serta menerapkan prosedur operasi matriks dengan benar. Sebaliknya, subjek dengan tingkat kemampuan sedang (S3, S4) mampu bekerja secara terstruktur namun masih menunjukkan keraguan dalam menyusun model pada situasi soal yang lebih kompleks. Adapun subjek dengan kemampuan rendah (S5, S6) mengalami hambatan prosedural yang mendasar dalam memodelkan permasalahan maupun dalam melakukan operasi aritmetika matriks, sehingga mereka tidak mampu menghasilkan model simbolik yang valid. Hal ini sejalan dengan penelitian Siregar, (2020) yang menyatakan bahwa kegagalan siswa dalam representasi simbolik sering kali berakar pada ketidakmampuan menerjemahkan variabel masalah ke dalam struktur matematis yang formal.

Pada indikator Representasi Verbal, subjek dengan kemampuan tinggi (S1, S2) mampu memberikan argumen logis mengenai syarat-syarat matriks, seperti ketentuan determinan, dan mampu menjelaskan hasil perhitungan dengan bahasa yang jelas. Subjek dengan tingkat kemampuan sedang (S3, S4) mampu memberikan penjelasan lisan dengan baik, namun terkadang masih kesulitan dalam menuangkan argumen tersebut ke dalam bentuk tulisan yang sistematis. Sementara itu, subjek berkemampuan rendah (S5, S6) menunjukkan hambatan besar dalam mengomunikasikan konsep; mereka cenderung tidak menyelesaikan soal atau memberikan jawaban yang tidak relevan. Fenomena ini didukung oleh temuan Yuliana, (2019) yang menekankan bahwa kemampuan representasi verbal adalah indikator utama pemahaman konseptual; siswa yang gagal dalam hal ini cenderung memiliki pemahaman prosedural yang rapuh.

Pada indikator Representasi Visual, subjek dengan kemampuan tinggi (S1, S2) menunjukkan kecakapan spasial yang sangat baik dalam menyajikan data ke dalam susunan matriks dan memahami konsep *transpose*. Subjek berkemampuan sedang (S3, S4) mampu menyajikan data dalam bentuk tabel, namun masih terdapat ketidaktepatan dalam menempatkan elemen matriks. Sebaliknya, subjek berkemampuan rendah (S5, S6) tidak menunjukkan kemampuan ini secara optimal karena tidak mampu mengorganisasi data ke bentuk visual yang tepat. Keterampilan visual ini, menurut Nindiasari, (2018), sangat krusial dalam materi matriks karena kemampuan memvisualisasikan posisi elemen (baris/kolom) adalah prasyarat mutlak untuk menghindari kesalahan pada operasi matriks tingkat lanjut.

Secara keseluruhan, terlihat bahwa ketiga subjek dengan tingkatan kemampuan yang berbeda belum sepenuhnya mampu mengintegrasikan ketiga indikator tersebut ke dalam lembar jawaban mereka, terutama dalam menyusun kesimpulan akhir yang logis. Hal ini menunjukkan perlunya pembiasaan siswa dalam melakukan translasi antarberbagai bentuk representasi agar kemampuan matematis mereka dapat berkembang lebih utuh.

Temuan dari penelitian ini menunjukkan bahwa terdapat kesenjangan antara kemampuan representasi siswa dengan tuntutan soal kontekstual. Kendala utama yang menghambat siswa adalah rendahnya kefasihan dalam melakukan translasi antarkomponen representasi (dari verbal ke simbolik/visual). Sebagai solusi, disarankan agar pendidik menerapkan strategi *multirepresentasi* dalam pembelajaran, di mana siswa secara rutin dilatih untuk mengonversi masalah kontekstual ke dalam bentuk diagram atau model matematis sebelum melakukan komputasi, guna memperkuat jembatan pemahaman antara konsep teoretis dan prosedur penyelesaian.

1.2.2 Bentuk Hambatan Epistemologis yang Dialami Siswa

Berdasarkan analisis hasil tes dan wawancara di MAS SABILIL MUTTAQIEN, ditemukan bahwa siswa mengalami beberapa bentuk hambatan saat menyelesaikan masalah kontekstual pada materi matriks.

Bentuk-bentuk hambatan epistemologis tersebut dikategorikan sebagai berikut:

1. Hambatan Prosedural (Kesalahan Operasional): Ini adalah bentuk hambatan yang paling dominan, di mana siswa kesulitan dalam menjalankan langkah-langkah algoritma matriks. Siswa sering melakukan kekeliruan pada operasi perkalian matriks, perhitungan determinan, serta kesalahan teknis saat melakukan deskripsi pesan pada soal nomor 2. Hal ini terjadi karena siswa terpaku pada hafalan prosedur tanpa memahami logika operasionalnya.

Solusinya, guru perlu memberikan latihan yang mengajak siswa mengeksplorasi logika kerja rumus, bukan sekadar menghafal langkahnya. Cara ini didukung oleh Munawwaroh *et al.*, (2025) serta Meliani *et al.*, (2024) yang menjelaskan bahwa kesulitan prosedur muncul karena siswa gagal menghubungkan angka dan simbol dengan baik, sehingga pembelajaran yang bersifat eksplorasi sangat penting.

2. Hambatan Konseptual (Miskonsepsi): Hambatan ini muncul ketika siswa memiliki pemahaman yang keliru terhadap prinsip dasar matriks. Contohnya adalah miskonsepsi bahwa syarat determinan tidak boleh nol (S_1 , S_2 , S_3 , dan S_4) serta keyakinan yang salah bahwa proses *transpose* tidak mengubah makna data (S_2 , S_4 , dan S_5). Ketidakpahaman mendalam terhadap definisi elemen matriks ini membuat siswa gagal mengaitkan konsep teoretis dengan permasalahan kontekstual. Sebagai jalan keluar, guru bisa menerapkan metode konflik kognitif di kelas dengan menampilkan contoh-contoh kesalahan umum. Tujuannya agar siswa sadar akan kesalahannya dan memperbaiki pemahaman mereka sendiri. Hal ini sejalan dengan penelitian Wahyuningsih *et al.*, (2024) dan Munawwaroh *et al.*, (2025) yang menyatakan bahwa salah paham konsep harus diatasi dengan menciptakan situasi agar pikiran siswa terdorong untuk memperbaiki cara berpikirnya ke arah yang benar.

3. Hambatan Komunikasi dan Representasi: Siswa mengalami hambatan dalam menuangkan argumen logis secara tertulis atau lisan. Meskipun

beberapa siswa memiliki intuisi yang cukup, mereka tidak mampu merepresentasikan pemikiran tersebut ke dalam bahasa matematika yang formal. Hal ini menyebabkan jawaban mereka sering kali tidak lengkap atau tidak memiliki kesimpulan akhir yang jelas. Solusinya, siswa harus dibiasakan menuliskan alasan dan langkah penalaran di setiap tugas agar kemampuan menyampaikan ide matematikanya bisa terasah perlahan-lahan. Pendapat ini diperkuat oleh Khairunisa *et al.*, (2024) yang menyatakan bahwa hambatan dalam menyajikan data dan komunikasi bisa diatasi dengan membiasakan siswa mengubah berbagai bentuk cara penyajian, sehingga pikiran mereka bisa tertulis menjadi argumen matematika yang utuh.