

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

1.1 Kajian Pustaka

1. Hambatan

Hambatan belajar atau *learning obstacle* menurut Brousseau, (1997) bukanlah sekadar akibat dari kurangnya pengetahuan atau kesalahan acak, melainkan hasil dari pengetahuan yang sebelumnya dianggap benar namun menjadi tidak memadai ketika diterapkan pada konteks baru. Dalam pembelajaran matematika, hambatan ini bersifat fungsional artinya, siswa merasa sudah melakukan hal yang benar berdasarkan pengalaman kognitif masa lalu mereka, padahal secara konseptual terjadi kekeliruan.

Secara sistematis, Brousseau membagi hambatan belajar menjadi tiga jenis utama. Pertama, Hambatan Ontogenik yang muncul akibat keterbatasan perkembangan fisik atau psikologis siswa sesuai usianya. Kedua, Hambatan Didaktis yang muncul akibat pola pengajaran guru atau penyusunan kurikulum yang kurang tepat. Ketiga, Hambatan Epistemologis, yaitu merupakan hambatan yang melekat pada hakikat konsep matematika itu sendiri. Hambatan Epistemologis sering kali terungkap ketika seorang siswa tidak mampu melakukan akomodasi terhadap konsep yang lebih luas karena masih terikat pada skema berpikir lama yang lebih sederhana.

Kondisi tersebut dipertegas oleh Elfiah *et al.*, (2020) yang menyatakan bahwa terbatasnya penerapan konteks pengetahuan membuat siswa sulit menerima informasi baru. Lebih lanjut, faktor eksternal seperti metode pengajaran guru dan motivasi siswa juga turut memengaruhi munculnya hambatan ini (Armiyansyah *et al.*, 2021). Oleh karena itu, penelitian ini memfokuskan analisis pada Hambatan Epistemologis karena materi matriks menuntut transisi kognitif yang radikal. Siswa harus beralih dari pemahaman aritmatika bilangan riil ke sistem aljabar linear. Pada tahap ini, pengetahuan siswa tentang sifat-sifat bilangan riil (seperti sifat komutatif) sering kali menjadi "penghalang" dalam memahami operasi matriks yang unik. Hambatan ini secara langsung berdampak pada kemampuan representasi matematis siswa,

terutama dalam melakukan pemodelan dari masalah kontekstual ke dalam struktur baris dan kolom yang formal.

2. Masalah Kontekstual pada Matriks

Dalam pendidikan matematika, sebuah masalah bukan sekadar soal latihan biasa. Menurut Agusta, (2020), masalah muncul ketika terdapat kesenjangan antara situasi nyata dengan tujuan matematis yang ingin dicapai, di mana siswa tidak memiliki prosedur rutin yang instan untuk menyelesaikannya. Dalam materi matriks, ketajaman masalah kontekstual tidak terletak pada kerumitan angkanya, melainkan pada tuntutan abstraksi untuk mengorganisir informasi yang tidak terstruktur menjadi struktur linear (baris dan kolom)

Menurut Nababan & Sipayung, (2023), pendekatan kontekstual harus menghubungkan konsep abstrak dengan pengalaman sosial-budaya siswa agar pembelajaran menjadi bermakna. Namun, ketajaman konteks di sini harus dipahami sebagai "*Starting Point*" atau titik awal dalam proses matematisasi.

Dalam konteks materi matriks, tantangan utama siswa seringkali terletak pada kemampuan mereka dalam melakukan transformasi dari masalah dunia nyata ke dalam simbol-simbol matematis. Menurut Andriani *et al.*, (2021), menegaskan bahwa masalah harus bersifat *imaginable* (dapat dibayangkan); artinya, konteks bukan hanya tempelan cerita, melainkan dasar bagi siswa untuk melakukan matematisasi horizontal (mentransformasi dunia nyata ke simbol) sebelum masuk ke matematisasi vertikal (operasi formal matriks).

Berbagai studi menunjukkan betapa luasnya spektrum representasi kontekstual dalam matriks yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi hambatan berpikir siswa:

Sari & Zulfa, (2024), mendefinisikan matriks sebagai susunan bilangan untuk mengorganisir data toko, sementara Mulyani, (2021) menekankan pada skema organisasi angka untuk penghitungan biaya produksi dan inventaris gudang. Jika siswa gagal menyusun data ini ke dalam baris dan kolom, di situlah hambatan awal representasi terjadi.

Menurut Pradana, (2023), matriks adalah struktur numerik untuk memecahkan sistem persamaan melalui pemodelan alokasi SDM atau kebutuhan kalori. Hambatan siswa sering muncul saat mereka harus mengubah

narasi cerita menjadi model persamaan matriks. Kurniawan, (2020) melihat matriks sebagai dasar aljabar linear untuk transformasi posisi radar hingga kriptografi. Di sisi lain, Ekowati, (2022) mengaitkannya dengan representasi visual simetri pada pola batik. Kesulitan siswa dalam membayangkan perubahan posisi atau pola ini menunjukkan hambatan dalam representasi visual-spasial.

Menurut Ramadhani, (2021), matriks adalah alat efisien untuk statistik kependudukan dan klasifikasi nilai rapor. Sementara Sumarmo, (2021), menekankan penggunaan matriks (seperti operasi determinan) dalam logika transaksi jual-beli, tren ekonomi, dan pengelolaan modal usaha.

Secara lebih modern, (Fitri, 2024) memandang matriks sebagai kerangka komputasi untuk logistik, dan mengaitkannya dengan kemampuan literasi numerasi dalam menghitung kapasitas parkir. Integrasi berbagai konteks ini menunjukkan bahwa untuk menyelesaikan masalah matriks, siswa harus mampu melintasi berbagai bentuk representasi.

Menurut Fazira, (2024), masalah kontekstual bukan hanya instrumen evaluasi, tetapi sarana untuk memahami relevansi matematika. Dengan menganalisis bagaimana siswa berinteraksi dengan masalah-masalah tersebut, kita dapat memetakan secara akurat letak hambatan mereka apakah pada pemahaman konsep, kesalahan dalam representasi matematis, atau ketidakmampuan menghubungkan kearifan lokal dengan model formal matematika.

Contoh Konkret Masalah Kontekstual dan Titik Hambatannya:

"Kantin Sekolah menjual dua jenis paket makan siang. Paket A (3 porsi nasi, 2 daging ayam goreng) seharga Rp50.000, dan Paket B (2 porsi nasi, 3 daging ayam goreng) seharga Rp55.000. Bagaimana representasi matriks untuk menentukan harga satu porsi nasi dan satu porsi daging ayam goreng?"

Dalam masalah di atas, titik tajam yang menjadi pusat analisis hambatan adalah:

1. Hambatan Representasi Visual: Siswa sering kesulitan menyusun data acak tersebut ke dalam tabel bantu yang konsisten. Jika mereka salah

meletakkan variabel (misal: mencampur jumlah nasi dengan harga total dalam satu baris), maka model matriksnya akan cacat sejak awal.

2. Hambatan Representasi Simbolik (Transformasi): Siswa mungkin tahu cara mengalikan matriks secara mekanistik, namun gagal memahami bahwa sistem persamaan tersebut harus diubah menjadi bentuk $AX = B$. Hambatan muncul ketika siswa tidak mampu merepresentasikan "nasi" dan "daging ayam goreng" sebagai variabel x dan y yang diletakkan dalam matriks kolom.
3. Hambatan Interpretasi (Verbal): Setelah mendapatkan hasil angka dari operasi determinan atau invers, siswa sering gagal mengembalikan angka tersebut ke dalam konteks semula (misal: tidak bisa menjelaskan apa arti angka tersebut bagi harga di Kantin).

Secara operasional, masalah kontekstual pada matriks dapat didefinisikan sebagai situasi dunia nyata (seperti ekonomi, sosial, atau budaya) yang memaksa siswa untuk melakukan abstraksi. Hambatan siswa biasanya muncul bukan saat mereka menghitung angka, melainkan saat mereka gagal merepresentasikan hubungan antar variabel di dunia nyata ke dalam format baris dan kolom yang tepat.

3. Matriks

Menurut Anton & Rorres, (2014) Matriks adalah jajaran elemen-elemen berbentuk persegi panjang yang tersusun dalam baris dan kolom. Elemen-elemen tersebut diletakkan di dalam tanda kurung biasa () atau tanda kurung siku []. Dalam penulisan matematika, matriks biasanya dinyatakan dengan huruf kapital (misalnya A, B, C), sedangkan elemen di dalamnya dinyatakan dengan huruf kecil beserta indeks baris (i) dan kolom (j), yaitu a_{ij} . Jika matriks A mempunyai m baris dan n kolom, maka ordo matriks A adalah $m \times n$.

Jenis-Jenis Matriks

1. Matriks nol, adalah matriks yang tiap elemennya nol.

$$\text{Contoh : } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Matriks baris, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris.

Contoh : $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$

3. Matriks kolom, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom.

Contoh : $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

4. Matriks persegi, yaitu matriks yang mempunyai banyak baris sama dengan banyak kolom.

Contoh : $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 1 & 7 & 0 \end{pmatrix}$

5. Matriks identitas, yaitu matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utama adalah 1 dan elemen lainnya 0.

Contoh : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Operasi Matriks

1. Penjumlahan Dua buah matriks atau lebih dapat dijumlahkan jika mempunyai ordo yang sama. Elemen-elemen hasil penjumlahan diperoleh dengan menjumlahkan elemen-elemen yang seletak.

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$, maka:

$$A + B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p & b + q \\ c + r & d + s \end{pmatrix}$$

2. Pengurangan

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$, maka:

$$A - B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - p & b - q \\ c - r & d - s \end{pmatrix}$$

3. Perkalian

Matriks A dan matriks B dapat dikalikan, jika matriks A berordo $m \times n$ dan matriks B berordo $n \times p$. Hasil kali matriks berordo $m \times p$

a. Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$, maka:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap + br & aq + bs \\ cp + dr & cq + ds \end{pmatrix}$$

b. Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan suatu bilangan bulat k , maka :

$$kA = k \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$$

4. Determinan Matriks Ordo 2 x 2

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka determinan matriks A ditulis $|A| = ad - bc$
jika $|A| = 0$, maka matriks A disebut matriks singular.

5. Determinan Matriks Ordo 3 x 3

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ maka determinan matriks A ditulis

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c & f \\ a & d \\ b & e \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & c \\ c & f \\ h & i \end{vmatrix}$$

$$|A| = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$$

6. Invers Matriks

Jika $AB = I$, dengan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ maka A dan B dikatakan saling invers.

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka invers matriks A ditulis

$$A^{-1} = \frac{1}{|\det A|} \text{Adj}(A)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

7. Transpose Matriks

Transpose matriks A ditulis A^T , adalah matriks yang diperoleh dengan menukar elemen pada baris menjadi elemen pada kolom. Jika matriks A berordo $m \times n$ maka A^T matriks berordo $n \times m$.

$$\text{Jika Matriks } A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}, \text{ maka } A^T = \begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix}$$

8. Kesamaan Dua Matriks

Dua buah matriks, A dan B , dikatakan sama jika ordonya sama, dan nilai tiap elemen yang bersesuaian sama. Matriks A sama dengan matriks B dituliskan $A = B$

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$, maka:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \rightarrow a = p, b = q, c = r, d = s$$

9. Persamaan Matriks

Jika terdapat matriks $AB = C$, maka :

$$A = C \cdot B^{-1}$$

$$B = A^{-1} \cdot C$$

Contoh Soal Kemampuan Representasi Matematis yang mengacu pada indikator kemampuan representasi matematis yang digunakan :

Soal:

Kedai Kopi "Nusantara" memiliki dua cabang, yaitu Cabang A dan Cabang B. Kedua cabang ini menjual tiga menu andalan: *Es Kopi Susu*, *Cafe Latte*, dan *Matcha Latte*.

Data kebutuhan bahan baku utama (per gelas) adalah sebagai berikut:

- a. Es Kopi Susu: 20 gram kopi, 30 ml susu, 15 gram gula.
- b. Cafe Latte: 25 gram kopi, 150 ml susu, 10 gram gula.
- c. Matcha Latte: 15 gram matcha, 200 ml susu, 20 gram gula.

Pada hari Senin, jumlah penjualan masing-masing cabang adalah:

- a. Cabang A: 50 gelas Es Kopi Susu, 40 gelas Cafe Latte, dan 30 gelas Matcha Latte.
- b. Cabang B: 60 gelas Es Kopi Susu, 35 gelas Cafe Latte, dan 45 gelas Matcha Latte.

Hitunglah total kebutuhan masing-masing bahan baku (Kopi, Matcha, Susu, dan Gula) untuk setiap cabang pada hari tersebut menggunakan operasi matriks!

Indikator dan Jawabannya

1. Representasi Verbal: Mengidentifikasi informasi dari teks dan menyajikannya kembali dalam bahasa yang sistematis.
 - a. Matriks Komposisi Bahan: Menunjukkan berapa banyak bahan yang dibutuhkan untuk setiap jenis minuman.
 - b. Matriks Penjualan: Menunjukkan berapa banyak unit minuman yang terjual di masing-masing cabang. Tujuan akhirnya adalah mengalikan jumlah minuman yang terjual dengan komposisi bahannya untuk mendapatkan total kebutuhan logistik.

Kesimpulan pada akhir jawaban: Jadi, Cabang A membutuhkan 2 kg kopi, 450 gr matcha, 13,5 liter susu, dan 1,75 kg gula. Cabang B membutuhkan 2,075 kg kopi, 675 gr matcha, 16,05 liter susu, dan 2,15 kg gula.

Hambatan Epistemologisnya siswa berpotensi mengalami hambatan dalam memaknai hubungan fungsional antar-variabel, di mana mereka hanya melihat angka sebagai data terpisah tanpa menyadari bahwa "Jenis Minuman" merupakan variabel penghubung yang harus disinkronkan agar data dapat dioperasikan secara matriks. Selain itu, hambatan muncul pada aspek interpretasi hasil akhir, di mana siswa mungkin mampu menghitung secara prosedural namun gagal memberikan makna pada angka tersebut, seperti ketidakmampuan mengonversi satuan (gram ke kg atau ml ke liter) atau kegagalan dalam menjelaskan relevansi angka hasil perhitungan terhadap kebutuhan logistik nyata di kedai.

2. Representasi Visual, mengorganisir data dalam bentuk tabel untuk memperjelas struktur matriks sebelum perhitungan.

Tabel 2. 1 Representasi Visual pada Jawaban Siswa

Bahan Baku	Satuan	Cabang A	Cabang B	Total Gabungan
Kopi	Gram	2.000	2.075	4.075
Matcha	Gram	450	675	1.125
Susu	MI	13.500	16.050	29.550
Gula	Gram	1.750	2.150	3.900

Hambatan Epistemologisnya siswa mengalami kesulitan dalam menentukan dimensi matriks yang tepat (baris vs kolom). Siswa cenderung menyusun tabel berdasarkan urutan kata di soal tanpa mempertimbangkan syarat ordo perkalian matriks ($n \times m$), sehingga model visual yang dibuat tidak dapat ditransformasikan ke operasi simbolik.

3. Representasi Simbolik, Mengubah informasi verbal menjadi model matematika (matriks).

- a. Matriks Komposisi (K): Baris mewakili Bahan dan Kolom mewakili Jenis Minuman.

$$K = \begin{pmatrix} 20 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \\ 30 & 150 & 200 \\ 15 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

- b. Matriks Penjualan (P): Baris mewakili jenis minuman dan kolom mewakili cabang (Cabang A, Cabang B).

$$P = \begin{pmatrix} 50 & 60 \\ 40 & 35 \\ 30 & 45 \end{pmatrix}$$

Total Kebutuhan (T) didapat dari perkalian Matriks $K \times P$:

$$T = \begin{pmatrix} 20 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \\ 30 & 150 & 200 \\ 15 & 10 & 20 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 50 & 60 \\ 40 & 35 \\ 30 & 45 \end{pmatrix}$$

Perhitungan Baris per Baris:

- a. Kopi

$$\begin{aligned} \text{Cabang A: } & (20 \times 50) + (25 \times 40) + (0 \times 30) = 1000 + \\ & 1000 + 0 = 2000 \text{ gr} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cabang B: } & (20 \times 60) + (25 \times 35) + (0 \times 45) = 1200 + \\ & 875 + 0 = 2075 \text{ gr} \end{aligned}$$

- b. Matcha

$$\begin{aligned} \text{Cabang A : } & (0 \times 50) + (0 \times 40) + (15 \times 30) = 0 + 0 + \\ & 450 \text{ gr} = 450 \text{ gr} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cabang B: } & (0 \times 60) + (0 \times 35) + (15 \times 45) = 0 + 0 + \\ & 675 \text{ gr} = 675 \text{ gr} \end{aligned}$$

- c. Susu

$$\begin{aligned} \text{Cabang A : } & (30 \times 50) + (150 \times 40) + (200 \times 30) = 1500 + \\ & 6000 + 6000 = 13500 \text{ ml} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cabang B: } & (30 \times 60) + (150 \times 35) + (200 \times 45) = 1800 + \\ & 5250 + 9000 = 16050 \text{ ml} \end{aligned}$$

- d. Gula

$$\begin{aligned} \text{Cabang A : } & (15 \times 50) + (10 \times 40) + (20 \times 30) = 750 + \\ & 400 + 600 = 1750 \text{ gr} \end{aligned}$$

$$\text{Cabang B : } (15 \times 60) + (10 \times 35) + (20 \times 45) = 900 + 350 + 900 = 2150 \text{ gr}$$

$$T = \begin{pmatrix} 2000 & 2075 \\ 450 & 675 \\ 13500 & 16050 \\ 1750 & 2150 \end{pmatrix}$$

Hambatan Epistemologisnya Siswa berpotensi mengalami hambatan dalam melakukan transisi kognitif dari aritmatika bilangan riil ke sistem operasi matriks, yang ditunjukkan melalui kecenderungan melakukan perkalian "elemen seletak" secara langsung (seperti mengalikan angka pertama matriks K dengan angka pertama matriks P). Hal ini mengindikasikan bahwa siswa masih menganggap matriks hanya sekadar "wadah" atau kumpulan angka biasa tanpa aturan operasi spesifik, sehingga mereka memaksakan logika perkalian skalar ke dalam struktur linear yang seharusnya mengikuti kaidah perkalian baris dikali kolom.

4. Representasi Formal: Melakukan operasi matematika untuk mendapatkan solusi.

Total Kebutuhan (T) didapat dari perkalian Matriks $K \times P$:

$$T = \begin{pmatrix} 20 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \\ 30 & 150 & 200 \\ 15 & 10 & 20 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 50 & 60 \\ 40 & 35 \\ 30 & 45 \end{pmatrix}$$

Perhitungan Baris per Baris:

- a. Kopi

$$\text{Cabang A : } (20 \times 50) + (25 \times 40) + (0 \times 30) = 1000 + 1000 + 0 = 2000 \text{ gr}$$

$$\text{Cabang B : } (20 \times 60) + (25 \times 35) + (0 \times 45) = 1200 + 875 + 0 = 2075 \text{ gr}$$

- b. Matcha:

$$\text{Cabang A : } (0 \times 50) + (0 \times 40) + (15 \times 30) = 0 + 0 + 450 \text{ gr} = 450 \text{ gr}$$

$$\text{Cabang B : } (0 \times 60) + (0 \times 35) + (15 \times 45) = 0 + 0 + 675 \text{ gr} = 675 \text{ gr}$$

- c. Susu

$$\text{Cabang A : } (30 \times 50) + (150 \times 40) + (200 \times 30) = 1500 + 6000 + 6000 = 13500 \text{ ml}$$

$$\text{Cabang B : } (30 \times 60) + (150 \times 35) + (200 \times 45) = 1800 + 5250 + 9000 = 16050 \text{ ml}$$

d. Gula

$$\text{Cabang A : } (15 \times 50) + (10 \times 40) + (20 \times 30) = 750 + 400 + 600 = 1750 \text{ gr}$$

$$\text{Cabang B : } (15 \times 60) + (10 \times 35) + (20 \times 45) = 900 + 350 + 900 = 2150 \text{ gr}$$

$$T = \begin{pmatrix} 2000 & 2075 \\ 450 & 675 \\ 13500 & 16050 \\ 1750 & 2150 \end{pmatrix}$$

Jadi, Cabang A membutuhkan 2 kg kopi, 450 gr matcha, 13,5 liter susu, dan 1,75 kg gula. Cabang B membutuhkan 2,075 kg kopi, 675 gr matcha, 16,05 liter susu, dan 2,15 kg gula.

Hambatan Epistemologisnya ketika siswa melakukan perkalian elemen seletak secara langsung (seperti hanya mengalikan 20×50) karena memaksakan logika aritmatika bilangan riil ke dalam struktur matriks, dan saat siswa mampu menghitung secara prosedural namun gagal memaknai hasil akhirnya, seperti ketidakmampuan mengonversi satuan (ml ke liter) atau menjelaskan relevansi angka tersebut terhadap kebutuhan logistik nyata di kedai.

4. Kemampuan Representasi Matematis

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) Kemampuan adalah kesanggupan, kecakapan, kekuatan, dan kekayaan. Menurut Robbins dalam (Mudayanah, 2020) Kemampuan adalah kesanggupan dan kesanggupan seseorang dalam memenuhi tanggung jawabnya dalam pekerjaan yang menjadi tanggung jawabnya, baik dalam masyarakat, organisasi, maupun kehidupan keluarga.

Kemampuan representasi matematis memiliki peran krusial sebagai penghubung antara konsep matematika dengan realitas di kehidupan sehari-

hari (Samsuddin & Retnawati, 2018). Secara personal, representasi merupakan cara seseorang menafsirkan sebuah persoalan yang berfungsi sebagai alat bantu dalam mencari jalan keluar (Suningsih & Istiani, 2021) Sejalan dengan hal tersebut, Jones dan Knuth (Sabirin, 2014) menjelaskan bahwa representasi adalah bentuk pengganti atau model dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk mempermudah pencarian solusi.

Lebih jauh lagi, representasi tidak hanya berupa bentuk fisik, tetapi juga mencakup konstruksi mental dan proses berpikir seseorang (Goldin, 2018). Dari pandangan-pandangan tersebut, dapat dipahami bahwa representasi adalah sebuah upaya menyusun kembali suatu ide ke dalam bentuk lain untuk mengilustrasikan atau melambangkan (Komala & Suryadi, 2018). Definisi ini didukung oleh Goldin, (2018) yang menyatakan bahwa representasi merupakan sebuah konfigurasi yang menggambarkan suatu bentuk ke dalam format lainnya.

Melalui representasi, situasi dunia nyata diterjemahkan ke dalam simbol atau model matematis yang lebih mudah dipahami secara umum. Selain membantu siswa dalam memahami konsep dan prinsip dasar, kemampuan ini juga sangat diperlukan agar siswa mampu mengkomunikasikan ide-ide matematis mereka dengan lebih efektif.

Dalam konteks komunikasi, representasi mencakup dua dimensi utama, yakni sebagai sebuah proses dan sebagai sebuah hasil (produk). Menurut NCTM, (2000), representasi melibatkan aktivitas menangkap suatu konsep atau hubungan matematis yang kemudian diekspresikan dalam bentuk tertentu. Perbedaan mendasarnya terletak pada keterlihatan; proses representasi berlangsung secara internal di dalam pikiran, sementara produk representasi memiliki wujud nyata yang dapat diamati oleh orang lain.

Secara lebih spesifik, representasi dapat dikategorikan menjadi dua jenis, yaitu internal dan eksternal:

1. Representasi Internal : Bentuk ini bersifat abstrak dan tidak dapat dilihat langsung karena terjadi sebagai aktivitas mental dalam kognisi seseorang (Suningsih & Istiani, 2021) Di sini, seseorang mengolah ide atau bayangan matematis untuk memahami sebuah konsep secara mendalam.

2. Aktivitas Berpikir : Saat melakukan representasi internal, seseorang akan merumuskan ide, menyusun dugaan, atau menghubungkan konsep yang sedang dipelajari dengan pengetahuan yang sudah dimiliki sebelumnya untuk menyusun strategi pemecahan masalah (Komala & Suryadi, 2018).

Berdasarkan penjelasan tersebut, kemampuan representasi matematis dapat diartikan sebagai kemahiran seseorang dalam menyusun model untuk menggambarkan suatu persoalan matematika. Dalam konteks penelitian ini, model yang dimaksud diwujudkan melalui tiga bentuk utama, yaitu gambar, persamaan matematis, serta penjelasan secara verbal. Keahlian ini berfungsi sebagai sarana penting yang menghubungkan situasi masalah dengan proses perhitungan teknis untuk mencapai solusi.

Kemampuan representasi merupakan pilar penting dalam pembelajaran matematika. Berdasarkan standar yang ditetapkan oleh *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), proses representasi mencakup tiga fungsi utama:

1. Penyusunan dan penggunaan representasi sebagai alat organisasi, dokumentasi, serta komunikasi ide-ide matematika.
2. Pemilihan serta penerapan berbagai bentuk representasi secara tepat dalam upaya pemecahan masalah.
3. Pemanfaatan representasi untuk memodelkan sekaligus menafsirkan berbagai fenomena, baik dalam konteks fisik, sosial, maupun matematis.

Hwang & Chen, (2007) menekankan tiga jenis representasi yang memiliki tingkat kompleksitas lebih tinggi dibandingkan jenis lainnya dalam proses berpikir matematis:

1. Representasi Verbal: Kapasitas individu dalam mengonversi observasi dan keterkaitan masalah ke dalam bentuk bahasa lisan.
2. Representasi Visual (Gambar/Grafik): Kapasitas untuk mentransformasikan persoalan matematis ke dalam bentuk skema visual atau grafik.
3. Representasi Simbolik: Kapasitas dalam menerjemahkan masalah ke dalam formulasi rumus atau simbol aritmatika

Menurut Mudzakir dalam (Anisa, 2022), kemampuan representasi matematis dalam materi matriks dapat ditinjau melalui tiga aspek utama, yaitu:

1. Representasi visual, Representasi ini digunakan untuk memetakan data agar siswa lebih mudah menyusun elemen-elemen matriks sesuai dengan posisinya.
2. Representasi simbolik, kemampuan siswa dalam mengoperasikan simbol-simbol matriks, seperti melakukan perkalian, menentukan determinan, atau mencari invers untuk memecahkan masalah.
3. Representasi verbal, Menjelaskan langkah-langkah penyelesaian menggunakan kata-kata. Menafsirkan (interpretasi) data atau gambar ke dalam bahasa tulisan. Menyusun narasi cerita yang sesuai dengan model matematika yang diberikan.

Menurut Villegas *et al.*, (2009) menyatakan jika ada 3 indikator representasi matematis :

1. Representasi verbal, menjelaskan definisi matriks, mendeskripsikan langkah-langkah mencari determinan/invers, atau menginterpretasikan arti angka hasil operasi matriks.
2. Representasi Visual, menyusun data soal cerita ke dalam tabel informasi sebelum dibentuk menjadi matriks, atau menggambarkan perubahan posisi titik akibat matriks transformasi.
3. Representasi Simbol, Menggunakan notasi matriks, melakukan operasi hitung, serta menyusun model persamaan matriks.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti menetapkan indikator kemampuan representasi matematis yang diadopsi dari (Villegas *et al.*, 2009) sebagai acuan dalam instrumen penelitian ini. Pemilihan indikator tersebut didasarkan pada kesesuaian aspek visual, simbolik, dan verbal dengan karakteristik materi matriks yang menuntut siswa tidak hanya terampil dalam perhitungan simbolik, tetapi juga mampu mengorganisir data ke dalam bentuk baris-kolom serta mengomunikasikan hasilnya secara logis.

Tabel 2. 2 Rubrik Penskoran Kemampuan Representasi Matematis

Aspek Yang Diukur	Skor	Respon Siswa Terhadap Soal/Masalah
Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah	0	Siswa tidak memberikan jawaban atau memberikan informasi yang tidak ada kaitannya dengan soal.
	1	Hanya menjelaskan sedikit dari permasalahan dan benar.
	2	Menuliskan diagram atau gambar dengan tidak lengkap dan benar.
	3	Menuliskan diagram dan gambar dengan lengkap tetapi kurang rinci.
	4	Melukiskan diagram atau gambar dengan lengkap, rinci dan benar.
Menggunakan representasi kata atau teks tertulis untuk menyelesaikan masalah	0	Siswa tidak memberikan jawaban atau memberikan informasi yang tidak ada kaitannya dengan soal.
	1	Membuat penjelasan kurang lengkap dan tidak rinci.
	2	Menuliskan jawaban dengan kurang lengkap, rinci dan benar.
	3	Penjelasan yang diberikan kurang sistematis tetapi benar dan lengkap
	4	Penjelasan siswa benar, lengkap, sistematis, dan benar.
Menggunakan representasi persamaan dan ekspresi matematis	0	Siswa tidak memberikan jawaban atau memberikan informasi yang tidak ada kaitannya dengan soal.
	1	Membuat model kurang benar.
	2	Menemukan model dengan benar, tetapi salah dalam penentuan hasil akhir.
	3	Menemukan model matematis dengan benar kemudian melakukan perhitungan atau mendapatkan solusi secara benar dan lengkap namun kurang sistematis.
	4	Menemukan model matematika dengan benar kemudian melakukan perhitungan atau mendapatkan solusi secara benar dan lengkap serta sistematis.

Sumber : (Pasehah & Firmansyah, 2020)

1.2 Penelitian yang Relevan

Penelitian yang relevan merupakan penelitian yang sudah dilakukan oleh seseorang dan mendapatkan hasil yang valid sesuai dengan judul dan tujuan peneliti. Ada beberapa penelitian relevan yang peneliti ambil yaitu sebagai berikut:

Tabel 2. 3 Penelitian Relevan

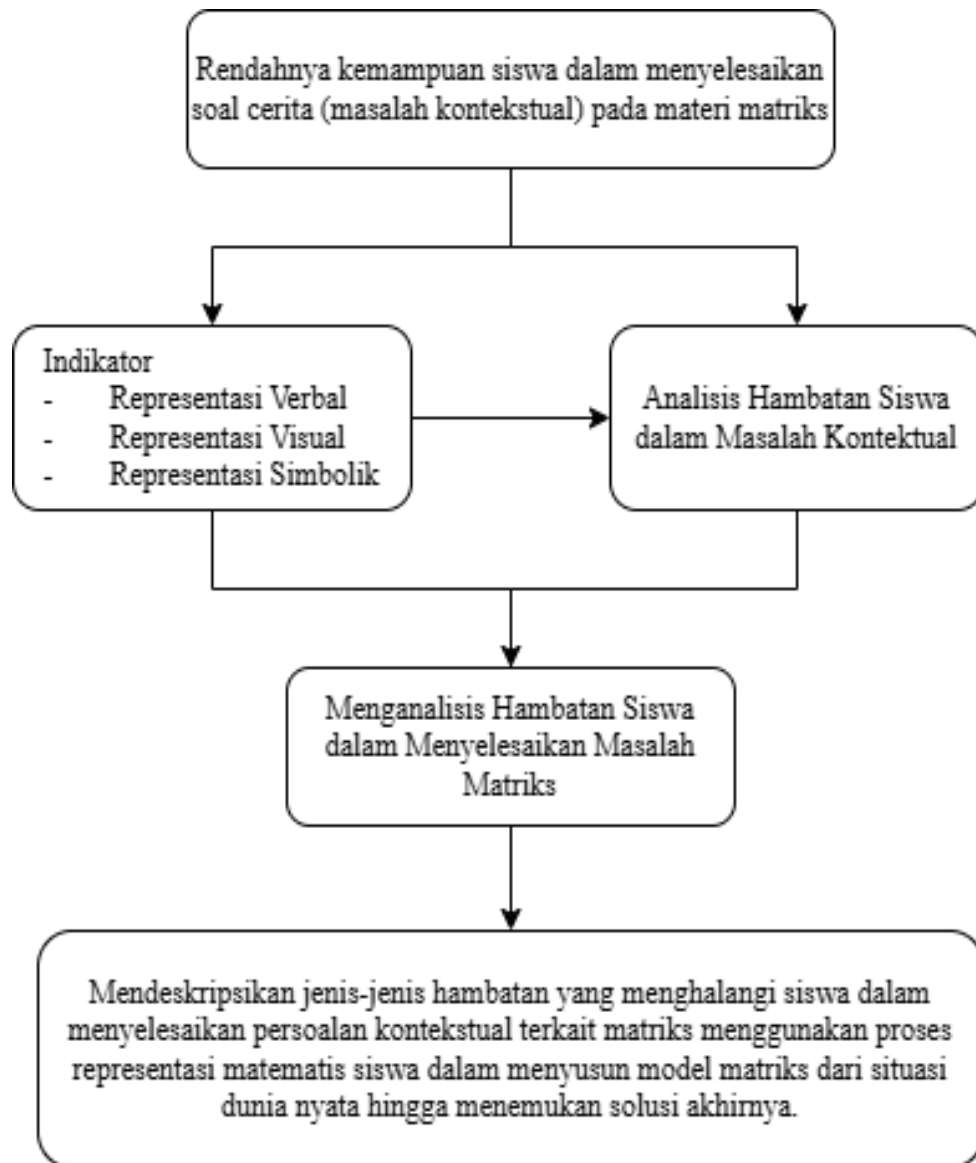
No	Judul Penelitian Relevan	Persamaan dengan Penelitian	Perbedaan dengan Penelitian	Kebaruan Penelitian
1.	Deskripsi Kemampuan Representasi Matematis Peserta Didik Kelas XI dalam Menyelesaikan Masalah Matriks (Komariah <i>et al.</i> , 2025).	Sama-sama mengkaji variabel kemampuan representasi matematis pada materi matriks untuk siswa kelas XI.	Penelitian tersebut hanya mendeskripsikan profil kemampuan representasi siswa secara umum, sedangkan penelitian ini berfokus pada analisis hambatan siswa dalam menyelesaikan masalah kontekstual.	Penelitian ini memberikan analisis mendalam mengenai letak dan penyebab hambatan (diagnosis) yang dialami siswa saat melakukan representasi matematis khususnya pada soal cerita/kontekstual.
2.	Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa Smp Sederajat Berdasarkan Self-Concept Di Kota Tangerang Selatan (Batul, 2023).	Sama-sama menggunakan variabel kemampuan representasi matematis sebagai fokus utama dalam analisis data penelitian.	Subjek penelitian tersebut adalah siswa SMP dan dikaitkan dengan faktor psikologis (<i>self-concept</i>), sedangkan penelitian ini dilakukan pada siswa SMA dengan fokus pada hambatan dalam masalah kontekstual.	Penelitian ini secara khusus membedah hambatan kognitif siswa dalam mentransformasikan masalah dunia nyata (kontekstual) ke dalam representasi matriks, tanpa melibatkan variabel afektif seperti <i>self-concept</i> .

No	Judul Penelitian Relevan	Persamaan dengan Penelitian	Perbedaan dengan Penelitian	Kebaruan Penelitian
3.	Analisis Hambatan Siswa Dalam Mengonstruksi Masalah Kontekstual Berdasarkan Koneksi Matematis Siswa (Tasni <i>et al.</i> , 2025).	berfokus pada analisis hambatan siswa dalam menghadapi masalah kontekstual (masalah dunia nyata).	Penelitian tersebut berfokus pada aspek koneksi matematis, sedangkan penelitian ini berfokus pada aspek kemampuan representasi matematis siswa	Penelitian ini secara spesifik mengidentifikasi hambatan dalam merepresentasikan masalah kontekstual ke dalam model matriks, yang memiliki karakteristik simbol dan prosedur operasi yang berbeda dengan materi lainnya.

1.3 Kerangka Berpikir

Peneliti akan menganalisis dan mendeskripsikan bagaimana siswa menjawab soal tes yang diberikan dan akan diperiksa sesuai indikator Kemampuan Representasi Matematis dan apa saja hambatan yang dialami siswa, Subjek penelitian ini terdiri dari siswa tingkat Menengah Atas yang akan dilaksanakan di MAS Sabilil Muttaqien. Untuk memperoleh hasil analisis hambatan dalam masalah kontekstual menggunakan representasi matematis siswa, maka peneliti berfokus pada siswa yang diberikan soal kontekstual berupa soal cerita materi Matriks. Kemudian, hasil tes tersebut dikelompokkan berdasarkan hambatan dan diklasifikasikan oleh peneliti sesuai dengan indikator Kemampuan Representasi Matematis, setelah melalui tahap tersebut maka akan diperoleh hasil akhir penelitian.

Untuk memudahkan pemahaman kerangka berpikir dalam penelitian ini, bagan alur kerangka berpikir dalam penelitian ini disajikan pada : Gambar 1.



Gambar 2. 1 Kerangka Berpikir